1. Δίνονται τα σημεία $A(\lambda^2+1,\lambda+2)$, $B(\lambda-3,\lambda^2+2\lambda)$,$\lambda\in\mathbb{R}$

Β1.Αν τα Α,Β είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα y'y να βρείτε το λ.
Β2. Βρείτε τις τιμές του λ , ώστε το σημείο Β να βρίσκεται στο 2ο τεταρτημόριο του ορθοκανονικού συστήματος.
Β3. Για λ=0,

i. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από τα σημεία Α και Β , καθώς και το είδος της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τον άξονα x'x.

ii.Αν η ευθεία (ε) είναι παράλληλη στην ευθεία $y=\left(k^3+\frac{17}{2}\right)x-7$, να βρείτε την τιμή του $k\in\mathbb{R}$

2.Δίνεται η παράσταση $A=\frac{x}{|x|-x}-\frac{y}{|y|+y}$

Α)Να βρείτε τις τιμές των x,y για τις οποίες ορίζεται η παράσταση.

Β)Να αποδείξετε ότι Α=-1

Γ)Να λύσετε την ανίσωση : $|x^2-9|+|5y-y^2|\le 0$

3.Δίνονται οι παραστάσεις $K(x)=|x-2|-|3-x|$ και $\Lambda(x)=1-|x-3|$ και οι αριθμοί $\alpha=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ και $\beta=\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{3-\sqrt{6}}\cdot\sqrt[3]{3+\sqrt{6}}$.

i) Να δείξετε ότι α=5 και β=3
ii) Να λύσετε τις εξισώσεις Λ(x)=α και Λ(x)=-β-1
iii)Να λύσετε την εξίσωση Κ(x)=0
iv) Να λύσετε την εξίσωση Κ(x)=Λ(x)

4.Για τον αριθμό x ισχύει ότι: $x^2+3x-10<0$

i) Να δείξετε ότι $x\in(-5,2)$ και να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης $x^3+12=0$ είναι και λύση της ανίσωσης.

ii) Για τις παραπάνω τιμές του x να βρείτε τον αριθμό $k=|2x+10|-3|2-x|+5|x-4|$

iii) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A=\sqrt[3]{3+\sqrt[4]{k+1}}\cdot\sqrt[3]{3-\sqrt[4]{k+1}}\cdot\sqrt[3]{2}$

5. Για τους αριθμούς α και β ισχύει ότι: $\alpha^2+\beta^2=4\beta-4$

i) Να δείξετε ότι α=0 και β=2.

ii)Αν $\alpha<x<\beta$ και $K=\frac{\sqrt{x^2}}{x}-\frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}$, να δείξετε ότι Κ=2.

iii) Αν $\Lambda=\sqrt[3]{(\beta+1)\sqrt{27}\sqrt[4]{9}}$ να δείξετε ότι Λ=3.

iv) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{\sqrt{y^2-4y+4}}{K}-\frac{5}{\Lambda}=\frac{|2-y|}{\Lambda}$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

6. Δίνεται η συνάρτηση $g(x)=x^2-\lambda x+\lambda-1$,$\lambda\in\mathbb{R}$

Α)Να αποδείξετε ότι η εξίσωση g(x)=0 έχει πραγματικές ρίζες , για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$.

Β)Αν x_1,x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης g(x)=0 τότε:

i) να εκφράσετε συναρτήσει του λ την παράσταση $x_1^2+x_2^2$.

ii) να βρείτε για ποιες τιμές του λ ισχύει

$$\frac{4|x_1x_2+3|-2}{3}+5=\frac{14|-x_1-x_2-2|}{4}$$

iii) να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(\lambda)=\sqrt{x_1^2+x_2^2-5}+2017$$

7. Δίνεται η παράσταση $A=|-x^2+2x-3|-2|2x^2+3|+8$

Α)Να δείξετε ότι $A=-3x^2-2x+5$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Β)Να λύσετε την εξίσωση :A=0

Γ)Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες : $A\le 4$

Δ)Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες : $A^2-A-12=0$

8. Δίνεται η παράσταση : $A=|3x^2-x+1|-2|x^2+2|+1$

Α)Να δείξετε ότι : $A=x^2-x-2$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Β)Να λύσετε την εξίσωση : $A^2+x^2+2x+1=0$

Γ)Να δείξετε ότι : $A\ge x-3$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Δ)Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες : $A^2-2A-8=0$

9. Δίνεται το τριώνυμο $f(x)=-x^2+x-4$

Α)Να βρεθεί το πρόσημο του τριωνύμου

Β)Να λύσετε την ανίσωση $|-x^2+x-4|\succ 2(x+1)$

10. Δίνονται οι παραστάσεις

$A=d(x,4)$, $B=\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{3+\sqrt{5}}\cdot\sqrt[3]{3-\sqrt{5}}$ και $\Gamma=\frac{1}{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}-\frac{1}{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}$

i) Να αποδείξετε ότι B=2

ii)Να αποδείξετε ότι $\Gamma=8\sqrt{3}$

iii)Να λύσετε την εξίσωση $2A=\sqrt{3}\Gamma$

iv)Να λύσετε την ανίσωση $B\le A\le\frac{\Gamma\sqrt{3}}{3}$

11. α)Να λύσετε την εξίσωση $\frac{|6x-3|}{2}+2=2|2x-1|$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

Β)Αν κ είναι η θετική ρίζα της εξίσωσης του ερωτήματος (α) , να λύσετε την ανίσωση $|1-x|<\kappa$

12. Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί α και β.

i) Να αποδείξετε ότι : $2\alpha^2+\beta^2+10\alpha\geq -2\left(\alpha\beta+\frac{25}{2}\right)$

ii)Αν ισχύει $2\alpha^2+\beta^2+10\alpha=-2\left(\alpha\beta+\frac{25}{2}\right)$ να αποδείξετε ότι α=-5 και β=5.

iii) Να λύσετε τις ανισώσεις $-x^2+\beta x-6<0$ και $x^2+a\leq 11$

iv)Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων του προηγούμενου ερωτήματος.

13.Έστω η συνάρτηση $f(x)=\lambda x^2+(\lambda-1)x+\lambda-1$,$\lambda\in\mathbb{R}$

Α)Να βρείτε το λ ώστε η εξίσωση f(x)=0 να έχει μοναδική ρίζα.

Β)Για $\lambda\neq 0$, να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η ανίσωση $f(x)>0$ αληθεύει για κάθε $x\in\mathbb{R}$.

Γ)Αν η εξίσωση f(x)=0 έχει δυο πραγματικές ρίζες x_1,x_2 , τότε:

i) να αποδείξετε ότι $x_1^2x_2+x_1x_2^2\leq 0$

ii)να λύσετε ως προς λ την ανίσωση: $\left|x_1^2x_2+x_1x_2^2\right|\leq\frac{1}{4}$

14.Έστω η συνάρτηση $f(x)=\frac{(2x^2+7x-15)(4x-4)}{8x-12}$

Α)Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και να αποδειχθεί ότι $f(x)=x^2+4x-5$

Β) Για ποιες τιμές του x η C_f βρίσκεται κάτω από τον x'x ;

Γ)Να αποδείξετε ότι $\frac{\sqrt{f(3)}+\sqrt[3]{8f(4)}}{\sqrt{f(2)}-3}=-5\left(\sqrt{7}+3\right)$

15.Δίνεται γεωμετρική πρόοδος (α_ν) για την οποία ισχύει $\alpha_6=8\alpha_3$ και το άθροισμα των 5 πρώτων όρων της ισούται με 93.

Α) Να βρείτε τον πρώτο όρο α_1 και την διαφορά ω

Β)Να βρείτε το άθροισμα $\alpha_6+\alpha_7+\alpha_8+...+\alpha_{13}+\alpha_{14}$.

Γ)Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\begin{cases}2x+\beta & ,x<6\\ \alpha x-\beta & ,x\geq 6\end{cases}$

Διέρχεται από τα σημεία $A(\alpha_4,\alpha_5)$ και $B(\alpha_2,\alpha_3)$

i)Να προσδιορίσετε τους πραγματικούς αριθμούς α και β.

ii)Για α=6 , β=24 να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με την ευθεία (ε):y=6.

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

16.α)Να βρείτε το $x\in\mathbb{R}$ ώστε οι αριθμοί κ=2x+1 , λ=5x+1 , μ=x+11 να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

Β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το σημείο Α(κ,λ+1) και έχει συντελεστή διεύθυνσης $\frac{\mu}{6}$

Γ)Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τους άξονες x΄x και y΄y.

17.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=|3x^2-x+1|-2|x^2+2|+1$.

Α) Να αποδείξετε ότι $f(x)=x^2-x-2$, $x\in\mathbb{R}$

Β)Να λύσετε την εξίσωση f(x)=0

Γ)Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x)\le 10$

Δ)Να λύσετε την ανίσωση $f^2(x)-2f(x)-8=0$

18.Δίνονται οι παραστάσεις $A=|\sqrt{15}-4|+|3-\sqrt{15}|+\sqrt[5]{2\sqrt{2\sqrt[3]{2}}}\cdot\sqrt[3]{4}$ και Β=5+8+11+…+155.

Α)Να δείξετε ότι Α=3

Β)Να δείξετε ότι Β=4080

Γ)Να λύσετε την ανίσωση: $|1-2y|\le A$

Δ)Να λύσετε την εξίσωση : $(x^7+Bx)\cdot(x^3-64)=3-A$

19.Δίνεται η εξίσωση 2ου βαθμού $x^2+(\mu-3)x+1-2\mu=0$.

Α) Να δειχτεί ότι δέχεται πάντα δύο ρίζες.

Β)Πάνω σε έναν άξονα Ox , θεωρούμε τα σημεία M_1,M_2 με τετμημένες τις ρίζες της αρχικής εξίσωσης x_1,x_2. Για ποια τιμή του μ , οι κύκλοι με διαμέτρους τα OM_1,OM_2 εφάπτονται εξωτερικά; (Να μην βρεθούν οι ρίζες)

Γ)Αν S είναι το άθροισμα των εμβαδών αυτών των κύκλων να μελετηθούν οι μεταβολές(μονοτονία-ακρότατα) της $y=\frac{4S}{\pi}$ (συναρτήσει του μ)

Δ)Για ποια τιμή του μ ισχύει η $\frac{x_1}{2x_2}+\frac{x_2}{2x_1}+3=0$

(Baccalaurreat Pontichery)

20.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{\sqrt{5-|x-2|}}{x-2}$

Α)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.

Β)Να βρείτε τα σημεία όπου η γραφική παράσταση της f , τέμνει τους άξονες x΄x και y΄y.

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

21.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{-x^2-x+2}$

Α)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

Β) Να αποδείξετε ότι : $\left[2f(-1)+3f(0)\right]\cdot\sqrt{3}-5\sqrt{6}=f(1)$

Γ)Να κατασκευάσετε εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες

$x_1=\dfrac{2}{f(0)}$ και $x_2=\sqrt{8}+f(1)$

22.Έστω η συνάρτηση $f(x)=(\lambda-2)x^2-2|\lambda|x+\lambda+2$ $\lambda\in\mathbb{R}$-$\{2\}$

Α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x)=0 έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$-$\{2\}$.

Β)Αν λ=4, τότε

i)να λύσετε την ανίσωση $f(x)\le 2$.

ii)να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της f τέμνει τους άξονες x΄x και y΄y.

iii) να βρείτε τα διαστήματα όπου η γραφική παράσταση της f είναι πάνω από την ευθεία y=6.

23.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=ax-\sqrt{x-2}$ για την οποία ισχύει f(11)-f(6)=14.

Α)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και να δείξετε ότι α=3.

Β)Να δείξετε ότι η C_f δεν τέμνει τον άξονα y'y.

Γ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x)=\dfrac{1}{f(x)-3x}$

24.Δίνεται η εξίσωση $2x^2+(\lambda-4)x-\lambda=0$ (1) $\lambda\in\mathbb{R}$

i) Να αποδείξετε ότι η (1) έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες x_1,x_2 για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$

ii)Αν το άθροισμα των ριζών είναι τριπλάσιο από το γινόμενο τους, να βρείτε το $\lambda\in\mathbb{R}$.

iii)Για λ=-2 να κατασκευάσετε εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς x_1^2 και x_2^2.

25.Δίνεται η εξίσωση $x^2-2x+\gamma=0$ και x_1,x_2 οι ρίζες της. Αν ισχύει ότι οι αριθμοί x_1,x_2 είναι ετερόσημοι

και $|x_1\cdot x_2|=2x_1+2x_2$.

i) Να αποδείξετε ότι γ=-4.

ii) Να βρείτε τον αριθμό $\alpha=(1+x_1)^{2015}\cdot(1+x_2)^{2015}$

iii)Να κατασκευάσετε εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς $\dfrac{\alpha}{x_1},\dfrac{a}{x_2}$.

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

26. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2-x+1-3a\beta$,$\alpha\in\mathbb{R}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το Α(α+β,0).

i)Να δείξετε ότι α=β=1.

ii) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα x'x.

iii) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης f(x)=3 , να κατασκευάσετε όλες τις εξισώσεις 2ου βαθμού που έχουν ρίζες τις $\frac{x_1^2}{x_2}, \frac{x_2^2}{x_1}$.

27. Δίνεται το τριώνυμο $f(x)=2x^2-2(\lambda-5)x-(\lambda-5)$, $\lambda\in\mathbb{R}$

Α)Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου ισούται με : Δ=4(λ-5)(λ-3).

Β)Να βρείτε για ποιες τιμές του λ το τριώνυμο έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

Γ)Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου να βρείτε το λ ώστε να ισχύει: $x_1^2+x_2^2=\frac{3}{4}$

Δ)Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε $|f(x)|=f(x)$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Ε)Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f να βρίσκεται πάνω από τον άξονα x'x για κάθε $x\in\mathbb{R}$

28. Δίνεται η εξίσωση : $x^2-5\lambda x-1=0$ (1) ,$\lambda\in\mathbb{R}$

i)Να αποδείξετε ότι η (1) έχει δυο άνισες πραγματικές ρίζες x_1, x_2 για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$

ii)Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$ ισχύει $(x_1+x_2)^2-18-7(x_1\cdot x_2)^{24}=0$.

iii)Για λ=1 να βρείτε την τιμή της παράστασης Κ= $x_1^2\cdot x_2-3x_1+4-3x_2+x_1x_2^2$.

29. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{x^2-(2\lambda-1)x-2\lambda+1}$,$\lambda\in\mathbb{R}$

i)Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ , ώστε η συνάρτηση f να έχει πεδίο ορισμού όλο το R.

ii)Για λ=0 , να αποδείξετε ότι $\frac{3f(1)-2\sqrt{2}}{f(1)-\sqrt{2}}-\sqrt{6}=5$

iii)Για λ=-1 , να αποδείξετε ότι οι αριθμοί $x+f(0), 2x-1, x-f(0)$ δεν μπορεί να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

iv) Για λ=-1 , να λύσετε την ανίσωση $f(2x-1)>2f(x)$

30. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2-3x+1$ και η εξίσωση f(x)=0 (1).

Α) Να αποδείξετε ότι η (1) έχει δύο άνισες ρίζες x_1, x_2.

Β)Να υπολογίσετε τις παραστάσεις $A=\frac{2}{x_1}+\frac{2}{x_2}$, $B=x_1^2+x_2^2$ και $\Gamma=|x_1-x_2|$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

Γ)Να βρείτε τα σημεία στα οποία η ευθεία Ax+Βy+Γ=0 τέμνει τους άξονες x΄x και y΄y.

Δ)Αν οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2-5\beta x+6\gamma=0$ είναι κατά μια μονάδα μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες ρίζες της (1) να βρείτε τους αριθμούς β,γ.

Ε)Να αποδείξετε ότι: $\dfrac{\sqrt{f(0)+2}}{\sqrt{5}-\sqrt{f(0)+2}}+\dfrac{\sqrt{f(-1)}}{\sqrt{f(-1)}+\sqrt{3}}=4$

31. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2-x+1$,$x\in\mathbb{R}$

Α)Να λύσετε την εξίσωση : $f(x-1)+f(2x)-3f(2)=-5$

Β)Να λύσετε την εξίσωση : $\left|f(x)-x^2\right|=2|x-1|-3$

Γ)Να λύσετε την ανίσωση: $f(x)>x-4f(1)$

Δ)Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f δεν τέμνει τον άξονα x΄x.

Ε)Να αποδείξετε ότι: $\dfrac{\sqrt{f(2)}}{\sqrt{f(2)+2}-\sqrt{f(2)}}+\dfrac{\sqrt{f(2)+2}}{\sqrt{f(2)+2}+\sqrt{f(2)}}=4$

32. Έστω Α και Β δυο απλά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, για τα οποία ισχύει ότι: $4(P(A))^2+9(P(B))^2+2\le 4P(A)+6P(B)$.

i)Να δείξετε ότι $P(A)=\dfrac{1}{2}$ και $P(B)=\dfrac{1}{3}$

ii) Αν επιπλέον ισχύει $P(B-A)=\dfrac{6^{20}\cdot 9^6}{8^7\cdot 27^{11}}$ και να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιηθούν συγχρόνως τα Α και Β.

iii)Αν $N(A)=\alpha_{2014}$, όπου α_{2014} ο 2014 όρος αριθμητικής προόδου με δεύτερο όρο α_2=-3998 και διαφορά ω=2 , να βρείτε το πλήθος των στοιχείων του δειγματικού χώρου.

33. Δίνονται οι παραστάσεις:

$K=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$,$\Lambda=\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{2+\sqrt[4]{16}}}}$

$M=\sqrt{x^2-6x+9}+\sqrt{x^2+12x+36}-6$,-2<x<3

Α)Να δείξετε ότι :K=5 , Λ=4 , M=3

Β)Θεωρούμε ενδεχόμενα Α,Β ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύουν : $P(A)=\dfrac{1}{K}$, $P(B)=\dfrac{1}{\Lambda}$ $P(\Gamma)=\dfrac{2}{M}$. Να αποδείξετε ότι :

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$\alpha) P(A\cap B)\le \frac{1}{5}$

A) $\beta) \frac{2}{3}\le P(B\cup\Gamma)\le \frac{11}{12}$

$\gamma) \frac{5}{12}\le P(\Gamma-B)\le \frac{2}{3}$

34. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2+ax+2$ για την οποία ισχύει ότι οι αριθμοί $f(0), f(-2), f(-3)$ με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι μιας γεωμετρικής προόδου (α_ν)

i) Να δείξετε ότι α=1

ii) Αν επιπλέον ο αριθμός f(0) είναι ο 4ος της γεωμετρικής προόδου (α_ν) , να βρείτε τον πρώτο όρο της α_1 και στη συνέχεια τον πρώτο όρο της που είναι μεγαλύτερος του 512.

iii)Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από την ευθεία y=8.

iv)Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της f(x)=5 , να βρείτε την τιμή της παράστασης $A=\frac{x_1^2}{x_2}+\frac{x_2^2}{x_1}$

35.Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (α_ν) με

$\alpha_4+\alpha_{12}=\mu-6$ και $\alpha_7+\alpha_{19}=\mu-\mu^2$ όπου $\mu=\frac{1}{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}+\frac{1}{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}$

i)Να δείξετε ότι μ=6

ii)Να δείξετε ότι ω=-3 και α_1=21

iii)Να βρείτε τον όρο α_ν για τον οποίο ισχύει α_ν=ν.

36.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=|3x-6|+a$, η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από το σημείο (1,5)

i)Να αποδείξετε ότι α=2

ii)Να αποδείξετε ότι αν $x\ge 2$, $f(x)=3x-4$ και στη συνέχεια ότι:

$\frac{9x^2-16}{f(x)}=3x+4$

iii)Να αποδείξετε ότι αν $x\prec 2, f(x)=8-3x$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση $f(x)=-1$

37. Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega=\{0,1,2,3,4\}$ με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και οι συναρτήσεις $f(x)=\sqrt{x^2+ax+\frac{1}{4}}$ και $g(x)=x^2+3x+\mu^2$

i)Να βρείτε τις πιθανότητες $P(A), P(B), P(A\cap B), P(A-B)$ όπου Α και Β τα ενδεχόμενα:

- $A=\{\alpha\in\Omega/\eta$ f(x) έχει πεδίο ορισμού το R$\}$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

- $B=\{\mu\in\Omega/\eta$ g(x) τέμνει τον άξονα y'y σε σημείο με θετική τεταγμένη$\}$

Αν επιπλέον , μ>0 , η g διέρχεται από το (0,1) και οι αριθμοί μ,3α,g(1) είναι με τη σειρά που δίνονται διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου:

ii)Να δείξετε ότι α=μ=1

iii)Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες.

iv)Να λύσετε την εξίσωση : $|g(x)-5|+|x^2-2f(0)|=P(\varnothing)$

v)Να βρείτε το άθροισμα των πρώτων 6 όρων της γεωμετρικής προόδου (α_ν) με $\alpha_1=f(0)$ και λ=-2g(-1)

vi)Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου $\Gamma=\{\nu\in\Omega/\alpha_\nu<2\}$

38.Θεωρούμε μια αριθμητική πρόοδο (α_ν) και τις ευθείες για τις οποίες ισχύουν:

- $(\varepsilon_1): y=(a_7+5)x+a_{12}-a_{14}$
- $(\varepsilon_2): y=(15-a_{15})x$
- Οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και ε_1 διέρχεται από το σημείο (3,2)

i) Να αποδείξετε ότι α_1=-15 και ω=2.

ii)Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία ε_1 με τους άξονες

iii) Έστω $A_1,A_2,\ldots\ldots A_{20}$ τα σημεία της ευθείας ε_1 με τετμημένες $\alpha_1,\alpha_2,\ldots\ldots\alpha_{20}$ αντίστοιχα. Να βρείτε το άθροισμα των τεταγμένων των παραπάνω σημείων

39.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{2x+6}$ και η αριθμητική πρόοδος (α_ν):=-10,-5,0,5,……

Α)Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f.

Β)Να βρείτε τον πρώτο όρο και την διαφορά ω της προόδου.

Γ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $K=\sqrt{S_{25}+775}$

Δ)Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί $f(-1), f(a_4), f(a_6)$ είναι διαδοχικοί όροι μιας άλλης αριθμητικής προόδου.

Ε)Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $x^2-S_{500}\cdot x-f(a_4)=0$ έχει δυο ρίζες ετερόσημες.

40.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{x^2-2\lambda x+\lambda^2}-\sqrt{x^2+2x+1}, \lambda>0$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο Α(0,1) . Δίνεται επίσης η αριθμητική πρόοδος με διαφορά ω=3f(0), για την οποία ισχύει $S_{51}-S_{50}=134$

i)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της και στη συνέχεια να δείξετε ότι λ=2.

ii)Να λύσετε την ανίσωση f(x)>0

iii)Να δείξετε ότι ο 1ος όρος της προόδου είναι α_1 =-16.

iv)Αν $x\in(a_6,a_7)$ να απλοποιήσετε τον τύπο της f.

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

ν) Να δείξετε ότι $f\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\right)=f\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

41. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{3}{x+2}$

Α)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της

Β)Να λύσετε την εξίσωση $|f(x-2)|=2|f(x+1)|$

Γ)Να λύσετε την ανίσωση $\left(\frac{3}{f(x)}\right)^2+x>0$

Δ)Να αποδείξετε ότι:

i)f(-1)=3

$ii)\frac{1}{\left(2-\sqrt{f(-1)}\right)^2}-\frac{1}{\left(2+\sqrt{f(-1)}\right)^2}=8\sqrt{3}$

42. Δίνεται η εξίσωση $x^2-2\lambda x+\lambda(\lambda+3)=0$ (1)

Α)Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$ η εξίσωση (1) έχει δύο πραγματικές και άνισες λύσεις.

Β) Έστω S και P το άθροισμα και το γινόμενο αντίστοιχα των ριζών της εξίσωσης (1). Αν ισχύει P-S=12 , να προσδιορίσετε την τιμή του $\lambda\in\mathbb{R}$.

Γ)Για την τιμή του $\lambda\in\mathbb{R}$ που βρήκατε στο β)ερώτημα τότε :

i)Να υπολογίσετε την παράσταση $A=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$.

ii)Να κατασκευάσετε εξίσωση δεύτερου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς $x_1^2x_2$ και $x_2^2x_1$.

43. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{|x-2|-x}{x^2-2x+\lambda}$

Α)Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού λ , για τις οποίες η συνάρτηση έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

Β)Αν λ=2, τότε:

i) Να λύσετε την ανίσωση : $|x-f(2)|<f(0)$

ii)Να αποδείξετε ότι $\alpha^2+9f(0)\geq 6a$

iii)Να λύσετε την εξίσωση $|2|x|-f(0)|=3$

Γ)Αν (α_ν) γεωμετρική πρόοδος με $\alpha_1=\frac{3}{625}$ και $\alpha_6=15$ να βρείτε:

i)το λόγο της προόδου.

ii)Αν υπάρχει τιμή της συνάρτησης που να είναι ίση με τον όρο α_4.

44. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x)=\frac{1}{\sqrt{-x^2+6x-8}}$

i)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

ii)Να απλοποιήσετε την συνάρτηση $h(x)=\left[\frac{1}{f(x)}\right]^2\cdot\frac{1}{(4-x)^2}$,$x\in(2,4)$

iii)Αν $h(x)=\frac{x-2}{4-x}$ να κατασκευάσετε εξίσωση δεύτερου βαθμού με ρίζες $x_1=\sqrt{h\left(\frac{7}{2}\right)-2}$ και $x_2=\frac{1}{\sqrt{h\left(\frac{7}{2}\right)-2}}$

iv)Να βρείτε τον αριθμό $\alpha=\sqrt[4]{h\left(\frac{10}{3}\right)\sqrt[3]{h\left(\frac{10}{3}\right)\sqrt{\left(h\left(\frac{10}{3}\right)\right)^7}}}\cdot\sqrt[8]{8}$ και στη συνέχεια να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{1}{3\sqrt{\alpha}+2}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

45.Δίνονται οι συναρτήσεις

$f(x)=x^2-(\lambda-2\mu)x+\lambda-1$ και $g(x)=\frac{4x^2-4x+1}{2\sqrt{f(x)-2}}$. Αν ισχύει ότι η εξίσωση f(x)=0 έχει διπλή ρίζα τον αριθμό $\frac{1}{2}$.

i)Να αποδείξετε ότι $\lambda=\frac{5}{4}$ και $\mu=\frac{1}{8}$

ii)Να λύσετε την εξίσωση $f(x^2)=f(1)+2$

iii)Να δείξετε ότι $g(x)=\frac{(2x-1)^2}{|2x-1|-2}$ και στη συνέχεια να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

iv)Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_g με την ευθεία y=1.

46.Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x)=\frac{|x^3-2x^2+|a|x-6|}{x^2+3}$,$a\in\mathbb{R}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο A(-1,3).

i)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και να δείξετε ότι α=3 ή α=-3

ii)Να δείξετε ότι $f(x)=|x-2|$

iii)Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=2f\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)$

iii) Να λύσετε την εξίσωση $f(x)+2=(x-2)^2$.

47.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2-\lambda x+\lambda-1$

Α)Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x)=0 έχει πραγματικές ρίζες για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού λ.

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

Β)Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης f(x)=0. Να βρείτε τις τιμές του λ, ώστε $|x_1 - x_2| = 4$.

Γ)Να βρείτε τις τιμές του λ, ώστε $|x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2| < 2$.

Δ)Για λ=3 να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες αληθεύει η σχέση $2 \le f(x) \le 6$.

48.Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x + k^2 - 2k + 2,\quad k \in \mathbb{R}$, η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από το σημείο Μ(α-β,5α) , όπου α, β αριθμοί για τους οποίους ισχύει $26\alpha^2 - 10\alpha - 2\alpha\beta + \beta^2 + 1 = 0$.

i)Να δείξετε ότι $\alpha = \beta = \frac{1}{5}$ και στη συνέχεια ότι κ=1.

ii)Να λύσετε την εξίσωση $f(x-1) + f(2x) - 2f(2) = -5$

iii)Να λύσετε την εξίσωση $|f(x) - x^2| = 2|x-1| - 3$

iv)Να λύσετε την εξίσωση $|x + f(f(0))| \cdot |x-2| = |4x-8|$

v)Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{x^2 - 4x + f(2) + 1} = f(-1)$.

vi)Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \succ 2x - f(1)$

vii)Να βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της f τα οποία έχουν τεταγμένη ίση με 13.

viii)Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f δεν τέμνει τον άξονα x΄x.

ix)Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f με την φραφική παράσταση της g(x)=4x+7.

x)Αν η ευθεία h(x)=cx+d είναι παράλληλη στην ευθεία g και διέρχεται από το σημείο (f(0),2018) , να βρείτε τους αριθμούς c,d.

xi)Να αποδείξετε ότι $\frac{\sqrt{f(2)}}{\sqrt{f(2)+2} - \sqrt{f(2)}} + \frac{\sqrt{f(2)+2}}{\sqrt{f(2)+2} + \sqrt{f(2)}} = 4$

49.Έστω δ.χ που αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα και Α,Β δύο υποσύνολα του με αντίστοιχες πιθανότητες Ρ(Α) , Ρ(Β) και $P(A-B) = \frac{1}{3}$

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 5x - 1 + 4P(A) - 4(P(A))^2 = 0$

Α)Να αποδείξετε ότι έχει δύο άνισες ρίζες x_1, x_2 με $x_1 < x_2$.

Β)Αν ο αριθμός $x_1 + x_2$ επαληθεύει την εξίσωση τότε:

i)Να δείξετε ότι $x_2=0$

ii)Να αποδείξετε ότι $P(A) = \frac{1}{2}$

iii)Να αποδείξετε ότι $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

50.Δίνεται η εξίσωση : $x^2-(\lambda+3)x-\lambda^2=0$

Α.Να δείξετε ότι έχει δύο ρίζες άνισες x_1,x_2 και στη συνέχεια να υπολογίσετε τις παραστάσεις: $x_1\cdot x_2$, x_1+x_2 , $x_1^2+x_2^2$

Β.Για τις διάφορες τιμές του λ ,να λύσετε την εξίσωση $x_1\cdot x_2\cdot x-x_1=x_2-9x$, ως προς x.

Γ. Για την τιμή του λ , για την οποία η εξίσωση του ερωτήματος β ε.ιναι αόριστη, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί x_1+x_2 , $-x_1\cdot x_2$, $x_1^2+x_2^2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

51. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=|3-x|-|x+4|+3$ με $-4<x\le 3$

Α)Να γράψετε τον τύπο της f χωρίς απόλυτες τιμές.

Β)Να λύσετε την εξίσωση $|f(x)|=4$

Γ)Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της f.

Δ)Να υπολογίσετε την παράσταση: $\sqrt[5]{f(0)\sqrt{2\sqrt[3]{2}}}$

52.Δίνεται η εξίσωση : $\lambda^2x-\lambda^2=2(2x+1)-3\lambda$

Α)Να γράψετε την εξίσωση στη μορφή Ax=B

Β)Να λύσετε την εξίσωση για τις διάφορες τιμές του λ.

Γ)Αν η εξίσωση είναι αόριστη , να λύσετε την εξίσωση $|\lambda x+1|=3$

Δ)Αν η εξίσωση είναι αδύνατη , να λύσετε την ανίσωση $|3-\lambda x|\le 5$

53.Δίνονται οι παραστάσεις :

$f(x)=\sqrt{|x-1|-2}$ $g(x)=\sqrt{3-|x-2|}$

Α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού τους.

Β)Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών τους παραστάσεων με τους άξονες.

Γ) να λύσετε την εξίσωση f(x)=2

Δ)Να υπολογίσετε την παράσταση : $A=g(3)\sqrt{5}\sqrt[3]{5}\sqrt[6]{10f(19)}$

54. Δίνονται οι παραστάσεις :

$A=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2}}$ και $B=\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{3+\sqrt{5}}\cdot\sqrt[3]{3-\sqrt{5}}$

Α) Να αποδείξετε ότι A=B=2.

Β)Να γράψετε την παρακάτω παράσταση με ρητούς παρονομαστές

$$K=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{A+B+1}-\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2B-1}}$$

Γ)Να λύσετε την ανίσωση : $|Ax+B+1|\le 5$

Δ)Να λύσετε την εξίσωση : $x^3+A^3=0$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

55.Δίνεται η παράσταση : $A(x)=-x^3+9x^2-18x$

Α)Να γράψετε την Α(x) ως γινόμενο πρωτοβάθμιων παραγόντων.
Β)Να λύσετε την εξίσωση Α(x)=0
Γ)Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση : $\frac{A(x)}{x^2-9}:\frac{x^3-6x^2}{x^2+6x+9}$
Δ)Να λύσετε την ανίσωση : $A(x)\le -x^3+9x-18$

56. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x)=\frac{x^3+x^2-x-1}{x^2-1}$

Α)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.
Β)Να απλοποιήσετε τον τύπο της f.
Γ)Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f.
Δ)Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f και της ευθείας $y=2x-2$.

57.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{|x^2+8x+12|+a}$ η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από το σημείο Α(1,4).

Α)Να αποδείξετε ότι α=-5
Β)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.
Γ)Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες.

58.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2-\lambda x+\lambda-1$, $\lambda\in\mathbb{R}-\{2\}$

Α)Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x)=0$ έχει δύο άνισες ρίζες για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}-\{2\}$

Β)Αν x_1,x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης , να βρείτε τις τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}-\{2\}$ για τις οποίες ισχύει : $(x_1+x_2)^2-x_1x_2\le 3$

Γ)Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο Α(2,-2)
Δ)Να αποδείξετε ότι λ=5
Ε)Να λύσετε την ανίσωση $|f(x)-x^2|\le 6$

59. Δίνεται το τριώνυμο : $f(x)=2x^2-2(\lambda-1)x-(\lambda-1)$, $\lambda\in\mathbb{R}$

Α)Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε το τριώνυμο να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

Β)Έστω x_1,x_2 οι ρίζες του τριωνύμου. Να βρεθεί το λ αν ισχύει η σχέση :

$|f(x)|=f(x)$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Γ)Για λ=2 η εξίσωση f(x)=0 έχει ρίζες τους αριθμούς x_1,x_2. Να κατασκευάσετε εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς :

$\rho_1=2x_1+1$ $\rho_2=2x_2+1$

60.Δίνεται η εξίσωση : $-x^2+(\lambda-1)x+\lambda-1=0$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

Α)Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση να είναι αδύνατη στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.

Β)Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε : $-x^2+(\lambda-1)x+\lambda-1<0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.

Γ)Αν x_1,x_2 είναι οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης , να βρείτε τις τιμές του λ ώστε $x_1^2+x_2^2-5x_1x_2+6>0$

61. Δίνεται το τριώνυμο $f(x)=x^2-\lambda x+\lambda-1$, $\lambda\in\mathbb{R}$.

Α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x)=0 έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$.

Β)Έστω x_1,x_2 οι ρίζες της εξίσωσης f(x)=0

i)Να εκφράσετε ως συνάρτηση του λ την παράσταση : $x_1^2+x_2^2$

ii)Να βρείτε για ποιες του λ ισχύει : $\frac{4|x_1x_2+3|-2}{3}+5=\frac{14|-x_1-x_2-2|}{4}$

iii)Να βρείτε για ποιες τιμές του λ ορίζεται η παράσταση : $\sqrt{x_1^2+x_2^2-5}+2017$

62.i)Να βρείτε την τιμή της παράστασης $K=|x-2|-3$

ii)να βρείτε την τιμή της παράστασης :

$A=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2}+\frac{\sqrt{x^2-10x+25}}{x-5}$, 2<x<5

iii)Να λύσετε την εξίσωση $|x-2||x-3|=|2-x|$

63.i)Να λύσετε τις εξισώσεις

$\alpha)16-x^2=0$

$\beta)x^4+2x^2+1=0$

ii)Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου : $-x^2+4x-5$

iii)Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης :

$P=\sqrt{x^4+2x^2+1}+|-x^2+4x-5|+2(16-x^2)+4x$

64. Δίνεται η εξίσωση : $(\lambda^2-\lambda)x=\lambda-1$, $\lambda\in\mathbb{R}$

Αν γνωρίζουμε ότι η εξίσωση είναι αόριστη, τότε:

i)Αποδείξτε ότι η εξίσωση $(\lambda^2+\lambda-2)x=4\lambda$ είναι αδύνατη

ii)Αποδείξτε ότι : $2x\le\lambda(x^2+1)$, $x\in\mathbb{R}$

iii)Να λύσετε την ανίσωση : $|x^2-2x|<3\lambda$

65.Δίνεται η εξίσωση $8x^2-4x+a=0$, $\alpha\in\mathbb{R}$

Α)να βρεθεί ο αριθμός $a\in\mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει διπλή ρίζα.

Β)Να βρεθεί η διπλή αυτή ρίζα.

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

Γ)Αν $a=\frac{1}{2}$ να απλοποιηθεί η παράσταση : $\Pi=\frac{8x^2-4x+a}{16x^2-1}$

Δ)Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του x ώστε : Π=1.

66. Δίνεται η εξίσωση : $\mu^2x-3=9x+\mu$, $\mu\in\mathbb{R}$

i)Αν η εξίσωση είναι αδύνατη , να λύσετε την εξίσωση $\left|x^2+\mu x+5\right|=4x+11$

ii)Αν η εξίσωση είναι αόριστη , να βρείτε τις τιμές του $\mu\in\mathbb{R}$, ώστε η ανίσωση $(\lambda+\mu)x^2-2(\lambda+\mu+2)x-1<0$ να αληθεύει για κάθε τιμή του $x\in\mathbb{R}$

67.Δίνεται το τριώνυμο $-\lambda x^2+(2-\lambda)x+2-\lambda$, $\lambda\in\mathbb{R}-\{0\}$

Α)να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι ίση με $\Delta=-3\lambda^2+4\lambda+4$

Β)να βρείτε τις τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}-\{0\}$ ώστε το τριώνυμο να έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες.

Γ)Να βρείτε τις τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}-\{0\}$ ώστε $-\lambda x^2+(2-\lambda)x+2-\lambda<0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Δ)Αν το τριώνυμο έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες , x_1,x_2 , να υπολογίσετε τις τιμές του λ ώστε να ισχύει $\left|x_1^2x_2+x_1x_2^2\right|=-\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}$

68.Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2+(\lambda-3)x+1=0$, $\lambda\neq0$

Α)Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ ώστε η παραπάνω εξίσωση να έχει δύο ρίζες x_1,x_2.

Β)Αν οι ρίζες της εξίσωσης έχουν άθροισμα 5 , να βρείτε την εξίσωση με ρίζες τις x_1+1,x_2+1

Γ)Αν η εξίσωση $\lambda x^2+(\lambda-3)x+1=(\lambda+1)x^2-3x+\lambda^2+1$ έχει ρίζα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών να λύσετε την εξίσωση.

69.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{4-|x|}}$

Α) να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

Β)Να υπολογίσετε την τιμή της συνάρτησης $\Pi=\sqrt{(f(2)-1)^2}-\sqrt{(f(-2)-1)^2}$

Γ)να βρείτε αν υπάρχουν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες .

Δ)να λύσετε την εξίσωση $f^2(x)=\frac{1}{x^2}$

70. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2-\lambda x+\lambda-1$, $\lambda\neq2$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

i)Αποδείξτε ότι η εξίσωση $f(x)=0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες

ii)Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $f(x)=0$, τότε:

α)να βρείτε για ποιες τιμές του λ ισχύει : $\frac{|x_1x_2+3|-2}{3}+2=\frac{|-x_1-x_2-2|}{2}$

β)Να εκφράσετε ως συνάρτηση του λ , την παράσταση $x_1^2+x_2^2$

γ)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(\lambda)=3\sqrt{x_1^2+x_2^2-5}+2018$

71.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{(x-1)^2-5|x-1|+6}{x-3}$

i)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

ii)να βρείτε τα σημεία τομής της συνάρτησης με τον άξονα x'x.

iii)Για $x\in[1,3)\cup(3,+\infty)$:

α)να αποδείξετε ότι $f(x)=x-4$

β)να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από την γραφική παράσταση της $g(x)=-x^2+5x-4$, $x\in\mathbb{R}$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ