

**Άσκηση 1**

Να λυθεί η ανίσωση:  $|x-1| < 4$

Λύση

Είναι:  $|x-1| < 4 \Leftrightarrow -4 < x-1 < 4 \Leftrightarrow -4+1 < x < 4+1 \Leftrightarrow -3 < x < 5$

**Άσκηση 2**

Να λυθεί η ανίσωση:  $|-2x+3| < 1$

Λύση:

$|-2x+3| < 1 \Leftrightarrow |2x-3| < 1 \Leftrightarrow -1 < 2x-3 < 1 \Leftrightarrow -1+3 < 2x < 1+3 \Leftrightarrow$   
 $2 < 2x < 4 \Leftrightarrow 1 < x < 2$

**Άσκηση 3**

Να λυθεί η ανίσωση:  $|x-3| \geq 2$

Λύση:

$|x-3| \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 2 \\ x-3 \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2+3 \\ x \leq -2+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 1 \end{cases}$

**Άσκηση 4**

Να λύσετε την ανίσωση:  $|-3x+5| > -2$

Λύση

Επειδή το πρώτο μέλος είναι μη αρνητικός και το δεύτερο μέλος είναι αρνητικός, η ανίσωση αληθεύει για όλους τους πραγματικούς αριθμούς.

**Άσκηση 5**

Να λυθεί η ανίσωση:  $3 \leq |2x+5| \leq 7$

Λύση:

$3 \leq |2x+5| \leq 7 \Leftrightarrow |2x+5| \leq 7$  και  $|2x+5| \geq 3$

$|2x+5| \leq 7 \Leftrightarrow -7 \leq 2x+5 \leq 7 \Leftrightarrow -7-5 \leq 2x \leq 7-5 \Leftrightarrow -12 \leq 2x \leq 2$

Είναι  $\Leftrightarrow -6 \leq x \leq 1$

$|2x+5| \geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+5 \geq 3 \\ 2x+5 \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq -2 \\ 2x \leq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq -4 \end{cases}$

Συναληθεύοντας έχουμε ότι:  $x \in [-6, -4] \cup [-1, 1]$

**Ασκήσεις**

1. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i)  $|x| \leq 3$     ii)  $|x| \geq 3$     iii)  $|x-1| \leq 3$     iv)  $|x-1| \geq 3$   
 v)  $|-x| \leq 3$     vi)  $|-x+1| \geq 3$     vii)  $|-x-4| \leq 6$

2. Να λύσετε τις ανισώσεις:

i)  $2|x| - 8 < 0$     ii)  $4|x| - 12 > 0$

2. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i)  $2 \leq |3x-1| < 8$     ii)  $-3 \leq |2x-3| \leq 2$     iii)  $2 \leq |x-1| < 5$   
 iv)  $-2 \leq |1-2x| \leq 5$     v)  $0 \leq |3-x| \leq 3$     vi)  $-3 \leq |x-1| \leq -1$

3. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i)  $|1-|2x+3|| \leq 5$     ii)  $||x+2|-1| < 5$

4. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i)  $\frac{|2-x|-1}{3} - |x-2| > \frac{|2-x|-4}{2} + 2$     ii)  $\frac{|x-3|+2}{3} - \frac{|x-3|-1}{4} \leq 1$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i)  $|2x-4| = 2x-4$     ii)  $|2x-4| = 4-2x$

6. Να λύσετε τις ανισώσεις :

i)  $|x-3| + 5|x^2-9| \leq 0$     ii)  $|x-1| - 2|x^2-1| \leq 0$

6. Να αποδείξετε ότι για  $x \in \mathbb{R}^*$  ισχύει  $\left|x + \frac{1}{x}\right| \geq 2$

7. Να λυθεί η ανίσωση:  $|2-4x| + 3|x-2| - 7 < 2x$

8. Να λυθεί η ανίσωση :  $|x-3| + 4|3-x| - 4 < 2-x$

9. Α. Να λύσετε την εξίσωση:  $2x^2 - x - 6 = 0$  (1)

Β) Να λύσετε την ανίσωση :  $|x-1| < 2$

Γ) Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του x που ικανοποιούν ταυτόχρονα τις σχέσεις (1) και (2).

10. Έστω Α και Β τα σημεία που παριστάνουν σε έναν άξονα τους αριθμούς -6 και 4 αντίστοιχα και Μ το μέσο του ΑΒ.

Α) Ποιος αριθμός αντιστοιχεί στο σημείο Μ.

Β) Να διατυπώσετε γεωμετρικά το ζητούμενο της ανίσωσης

$|x-4| \leq |x+6|$  και να βρείτε τις λύσεις της.

Γ) Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά το συμπέρασμα σας.

11. Δίνεται το τριώνυμο  $x^2 - (a+1)x + 4 + a = 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$

A) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι:  $\Delta = (a-1)^2 - 16$

B) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $a$  το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

Γ) Αν το τριώνυμο έχει ρίζες  $x_1, x_2$ , τότε:

i) να εκφράσετε το άθροισμα  $S = x_1 + x_2$  και το γινόμενο  $P = x_1 \cdot x_2$  των ριζών του συναρτήσεως του  $a$ .

ii) Να αποδείξετε ότι:  $d(x_1, 1) \cdot d(x_2, 1) = 4$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ