

# ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ

## Άσκηση 1

Να απλοποιήσετε την παράσταση:  $A = |2x-4| - x - 3$

Λύση:

Θεωρούμε την παράσταση  $2x-4=0 \Leftrightarrow x=2$

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

$$x \in (-\infty, 2]$$

- Τότε  $x \leq 2 \Leftrightarrow 2x \leq 4 \Leftrightarrow 2x-4 \leq 0 \Leftrightarrow |2x-4| = -(2x-4) = 4-2x$

Επομένως

$$A = |2x-4| - x - 3 = 4 - 2x - x - 3 = -3x + 1$$

$$x \in (2, +\infty)$$

- Τότε  $x > 2 \Leftrightarrow 2x > 4 \Leftrightarrow 2x-4 > 0 \Leftrightarrow |2x-4| = 2x-4$

Επομένως

$$A = |2x-4| - x - 3 = 2x - 4 - x - 3 = x - 7$$

$$\text{Άρα } A = \begin{cases} -3x+1 & , x \leq 2 \\ x-7 & , x > 2 \end{cases}$$

## Άσκηση 2

Να απλοποιηθεί η παράσταση:  $A = |3x-9| - |2-x|$

Λύση

Θεωρούμε τις παραστάσεις :

$$3x-9=0 \Rightarrow x=3$$

$$2-x=0 \Rightarrow x=2$$

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

$$x \in (-\infty, 2]$$

Τότε  $3x-9 \leq 0 \Rightarrow |3x-9| = -(3x-9) = 9-3x$

- $2-x \geq 0 \Rightarrow |2-x| = 2-x$

Επομένως

$$A = |3x-9| - |2-x| = (9-3x) - (2-x) = 9-3x-2+x = -2x+7$$

$$x \in (2, 3]$$

Τότε  $3x-9 \leq 0 \Rightarrow |3x-9| = -(3x-9) = 9-3x$

- $2-x \leq 0 \Rightarrow |2-x| = -(2-x) = x-2$

Επομένως

$$A = |3x-9| - |2-x| = (9-3x) - (x-2) = 9-3x-x+2 = -4x+11$$

# ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ

---

$$x \in (3, +\infty)$$

$$\text{Τότε } 3x-9 \geq 0 \Rightarrow |3x-9| = 3x-9$$

$$\bullet \quad 2-x \leq 0 \Rightarrow |2-x| = -(2-x) = x-2$$

Επομένως

$$A = |3x-9| - |2-x| = (3x-9) - (x-2) = 3x-9-x-2 = 2x-11$$

$$\text{Άρα } A = \begin{cases} -2x+7 & , x \leq 2 \\ -4x+11 & , 2 \leq x < 3 \\ 2x-11 & , x > 3 \end{cases}$$

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να γράψετε τις παραστάσεις χωρίς την απόλυτη τιμή:

$$A = |x-1| + 2x - 5$$

$$B = |6-2x| - x + 1$$

2. Να γράψετε τις παραστάσεις χωρίς τις απόλυτες τιμές:

$$A = |x-1| - 3|2-x| + x$$

$$B = |3x+3| - 2|2-x| + 3x - 2$$

1. Αν  $\alpha < 1 < \beta$  να αποδείξετε ότι:  $|\alpha-2| + |\beta| - |\alpha-\beta| = 2$

2. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις

$$A = 2|x-5| - 4x + 10$$

$$B = -|x-3| + 4|3-x|$$

$$\Gamma = 3|1-x| - |x-1| + 3 - 2x$$

5. Αν  $x < 1$  να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση:

$$A = |x-4| - 2|x-1| + 2|3-x|$$

6. Αν  $x < 2$  να γράψετε χωρίς τις απόλυτες τιμές την παράσταση:

$$A = |x-2| - 3|4-x| + |x-5|$$

7. Αν  $x \in [1, 2)$  να αποδείξετε ότι:  $3 < 2|3-x| + |x| - |x-1| \leq 5$

3. Να δείξετε ότι:  $|\alpha + \beta|^2 + |\alpha - \beta|^2 = 2(|\alpha|^2 + |\beta|^2)$

## ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ

---

4. Να δείξετε ότι:  $|\alpha + \beta|^2 - |\alpha - \beta|^2 = 4\alpha\beta$

6. Αν  $x \neq y$  να αποδείξετε ότι  $|x - y| + \frac{1}{|x - y|} \geq 2$

7. Αν  $x, y \neq 0$ , να αποδείξετε ότι:  $\left|\frac{x}{y}\right| + \left|\frac{y}{x}\right| \geq 2$

5. Αν ισχύει  $x < y < z < 0$  να απλοποιηθεί η παράσταση:

i)  $A = -2|x - y| + |y - x| + 4|y - z| + 3|x - z|$

ii)  $B = |x + y| - |y + z| - |x + z|$

iii)  $\Gamma = |x - y| + |y - z| - |z - x|$

iv)  $\|y - x| + |y| - |z|\|$

6. Δίνονται τα σημεία A, B, M που παριστάνουν στον άξονα των πραγματικών αριθμών -1, 5 και x αντίστοιχα, με  $-1 < x < 5$ .

A) Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία των παραστάσεων

i)  $|x + 1|$       ii)  $|x - 5|$

B) Με τη βοήθεια του άξονα να δώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία του αθροίσματος:  $|x + 1| + |x - 5|$

Γ) Να βρείτε την τιμή της παράστασης  $A = |x + 1| + |x - 5|$  γεωμετρικά.

Δ) Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά το προηγούμενο συμπέρασμα.