

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

Άσκηση 1

Να λυθεί η εξίσωση: $|3x-2|=5$

Λύση

Επειδή $5 > 0$, έχουμε

$$|3x-2|=5 \Rightarrow \begin{cases} 3x-2=5 \Rightarrow 3x=5+2 \Rightarrow 3x=7 \Rightarrow x=\frac{7}{3} \\ 3x-2=-5 \Rightarrow 3x=-5+2 \Rightarrow 3x=-3 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

Άσκηση 2

Να λυθεί η εξίσωση: $|3x-2|=-x+6$

Λύση

Για να έχει λύση πρέπει $-x+6 \geq 0 \Rightarrow x \leq 6$

$$|3x-2|=-x+6 \Rightarrow \begin{cases} 3x-2=-x+6 \Rightarrow 3x+x=6+2 \Rightarrow 4x=8 \Rightarrow x=2 \\ 3x-2=x-6 \Rightarrow 3x-x=-6+2 \Rightarrow 2x=-4 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

Οι παραπάνω τιμές είναι δεκτές.

ή

$$|3x-2|=-x+6 \Rightarrow (3x-2)^2 = (-x+6)^2 \Rightarrow (3x-2)^2 - (-x+6)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(3x-2-x+6)(3x-2+x-6) = 0 \Rightarrow (2x+4)(4x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+4=0 \Rightarrow x=-2 \\ 4x-8=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

Οι παραπάνω τιμές γίνονται δεκτές

Άσκηση 3

Να λυθεί η εξίσωση: $|2x-1|=|x+1|$

Λύση:

$$|2x-1|=|x+1| \Rightarrow \begin{cases} 2x-1=x+1 \Rightarrow 2x-x=1+1 \Rightarrow x=2 \\ 2x-1=-x-1 \Rightarrow 2x+x=-1+1 \Rightarrow 3x=0 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

ή

$$|2x-1|=|x+1| \Rightarrow (2x-1)^2 = (x+1)^2 \Rightarrow (2x-1)^2 - (x+1)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(2x-1+x+1)(2x-1-x-1) = 0 \Rightarrow (3x) \cdot (x-2) \Rightarrow \begin{cases} 3x=0 \Rightarrow x=0 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{x+1}{3} = \frac{x+10}{6} - 3 \quad \beta) \frac{2-x}{4} - \frac{2+x}{2} = \frac{2x+7}{4} - \frac{2x+5}{3}$$

$$\gamma) \frac{3x-2}{3} + 2 = \frac{x+4}{2} + 3$$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) x^3 - 9x = 0 \quad ii) (x-3)^3 = x-3 \quad iii) (x+1)^3 + x^2 - 1 = 0$$

$$iv) (x+1)(x^2 - 4) = (3x+3)(x-2) \quad v) (2x-1)^2 - 2x + 1 = 0$$

$$vi) 4x^3 - 9x = 0 \quad vii) x(x^2 - 1) - x^3 + x^2 = 0$$

$$viii) x^3 - 2x^2 - (2x-1)(x-2) = 0 \quad ix) (x^2 - 9)(x-1) = (x^2 - 1)(x-3)$$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$i) x^2(x+1) - x(x+1)^2 = 0 \quad ii) (x^2 - 1)^2 - x^2(x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$iii) (x-1)^2 + x^2 - 1 = 0 \quad iv) x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) \frac{1}{x} - \frac{5}{5x-x^2} = \frac{1}{x-5} \quad ii) 1 - \frac{x+2}{x-2} = \frac{x-10}{x^2-2x} - \frac{x+2}{x}$$

$$iii) \frac{x}{x+2} + \frac{x}{2x-x^2} = -\frac{2}{x^2-4} \quad iv) \frac{5x-1}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = \frac{3}{x+1}$$

$$v) \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-4x+4} = 0 \quad vi) 2 - \frac{x^2+7x}{x^2-1} = \frac{2x-1}{x+1} + \frac{3}{1-x}$$

4. Δίνεται η παράσταση : $B = \frac{x^3+x^2}{x^2+5x} - \frac{x^3-5x^2}{x^3-25x}$

Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση, να απλοποιήσετε την παράσταση και μετά να λύσετε την εξίσωση $B=0$.

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) (\lambda-1)x = \lambda-3 \quad ii) \lambda^2(x+1) = 2(2-\lambda x)$$

$$iii) \lambda^3(x-1) = 4\lambda x - 8 \quad iv) \lambda(\lambda-x) - \lambda x(x-1) = 2(\lambda-2x)$$

6. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x = x + \lambda^2 - 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$

A) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση έχει ακριβώς μια λύση την οποία και να βρείτε

B) Για ποια τιμή του λ η παραπάνω εξίσωση είναι ταυτότητα στο σύνολο των πραγματικών.

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) \lambda^2 x - \lambda^2 = 9x + 3\lambda \quad ii) \lambda x - \lambda^2 = 25 - 5x$$

$$iii) \lambda^2 (x-1) = 3(3x-\lambda) \quad iv) \lambda^2 (x+1) - 5\lambda = 3(3x-2)$$

$$v) \lambda^2 (x-1) = 3(x-\lambda) + 2(1-\lambda x) \quad vi) \lambda^2 x - \lambda^2 = 9x - 6\lambda + 9$$

7. Αν η εξίσωση $(\lambda-2)x = \lambda^2 - 4$ είναι αόριστη τότε η εξίσωση $(\lambda-2)x = \lambda$ είναι αδύνατη.

8. Να αποδειχτεί ότι για κάθε $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ η εξίσωση

$$(\lambda-x)^2 + \lambda x = (\mu-x)^2 + \mu x \text{ έχει λύση}$$

9. Αν η εξίσωση $\lambda^2 (x-1) = 2(2x-\lambda)$ είναι αόριστη, να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\lambda^2 (x-1) - \lambda(5x-1) + 6x = 0$ είναι αδύνατη

10. Να προσδιοριστεί ο πραγματικός αριθμός λ , ώστε η εξίσωση $(\lambda+1)x - 2(\lambda+2x) = \lambda(\lambda-2) - 9$ να είναι ταυτότητα.

11. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) |x| = 5 \quad ii) 2|x| = 1 \quad iii) 2|x-1| - 4 = 0$$

$$iv) \frac{3|x-3|}{4} = 2 + \frac{|3-x|}{2} \quad v) |x| - \frac{2|x|-3}{10} = 1 - \frac{|x|-10}{5}$$

$$vi) 1 - \frac{|2x-1|-1}{4} = |1-2x| - \frac{|6x-3|-2}{8}$$

12. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) d(-2, 5) = x - 3$$

$$ii) d(-2, -5x) = x - 3$$

$$iii) d(-2, -5x) + d(x, 0) = x - 3$$

12. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$i) |x+4| = 5 \quad ii) |x-1| = 0 \quad iii) |x-3| = -3$$

$$iv) ||x-2|-1| = 4 \quad v) ||2x-3|+1| = 4$$

13. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) |2x+1| = |x-4| \quad ii) |2x-3| = |3x-2| \quad iii) |5x-1| - |4x-1| = 0$$

$$iv) |x-4| - 3|x| = 0 \quad v) |x-3| = 2x-7 \quad vi) |1-3x| - 3 = 2x$$

$$vii) |x-2| = 2x-3 \quad viii) |3x+1| = 3+5x$$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

14. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) |x^2 - 3x| + |x^2 - 9| = 0 \quad ii) |x^3 - x| + |x^2 + x| = 0 \quad iii) |x^2 - 3x| + x^2 = 0$$

$$iv) \sqrt{x^2 - 10x + 25} = 1 - 2x \quad v) |x-3||x+2| = |x-3| \quad vi) ||x|-3| = 1$$

15. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) \frac{|2x-1|+1}{4} - \frac{|2x-1|-3}{2} = |2x-1|-2$$

$$ii) \frac{|x^2-x|+4}{2} - |x^2-x| + 1 = -\frac{|x^2-x|}{4} + \frac{6+|x-x^2|}{2}$$

$$iii) |x^2 - 6x + 10| = |x - 2|$$

16. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$i) \frac{1+|x|}{3} - \frac{1-2|x|}{6} = \frac{3|x|-1}{2} + 1$$

$$ii) \frac{|1-x|+2}{5} - |x-1| + 1 = \frac{2|1-x|}{3} - |1-x|$$

$$iii) \frac{|x|+4}{3} - \frac{2|x|-1}{5} = |x| - \frac{1}{15}$$

$$iv) \frac{1+|x|}{3} - \frac{1-2|x|}{6} = \frac{3|x|-1}{2} + 1$$

17. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$i) |3x+6| - |2x-4| = 0 \quad ii) |x+2| - |x-3| = 2$$

$$iii) ||x-2|-3| = 5 \quad iv) ||x-3|-4| = 3$$

$$v) |2-|x|| = ||x|+6| \quad v) ||x|-3| = 5$$

18. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) 3|x-2| = 2x-6 \quad ii) |3x-2| = x+1$$

$$iii) 3|x-1| - |x+2| = x+3$$

18. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x = x + \lambda^2 - 1$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

A) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση γράφεται ισοδύναμα:

$$(\lambda-1)x = (\lambda-1)(\lambda+1), \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

Β) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση έχει ακριβώς μία λύση την οποία και να βρείτε

Γ) Για ποια τιμή του λ η παραπάνω εξίσωση είναι ταυτότητα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

19. Δίνεται η εξίσωση : $(\lambda^2 - 9)x = \lambda^2 - 3\lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Α) Να προσδιορίσετε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση να έχει μία και μοναδική λύση

Β) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η μοναδική λύση της εξίσωσης να ισούται με 4.

20. Να προσδιοριστεί ο πραγματικός αριθμός λ ώστε η εξίσωση $(\lambda^2 + 3)x - 4(x - \lambda) = \lambda^2 + 3$