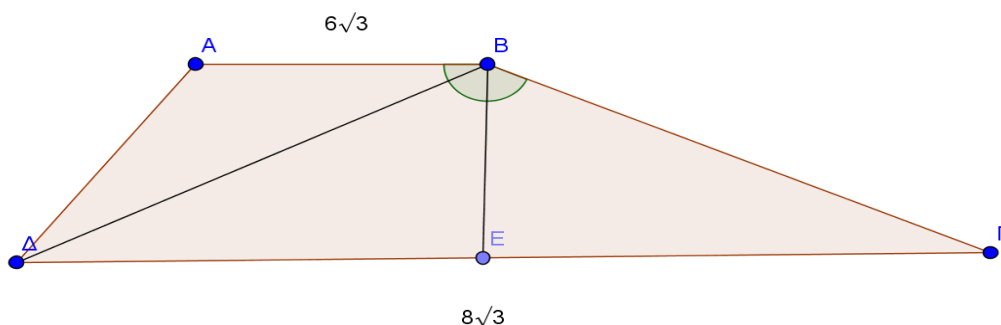


Οι παρακάτω ασκήσεις έχουν «μπει» σε τελικές εξετάσεις από άλλους εκλεκτούς συναδέλφους σε διάφορα Γυμνάσια της Ελλάδας.

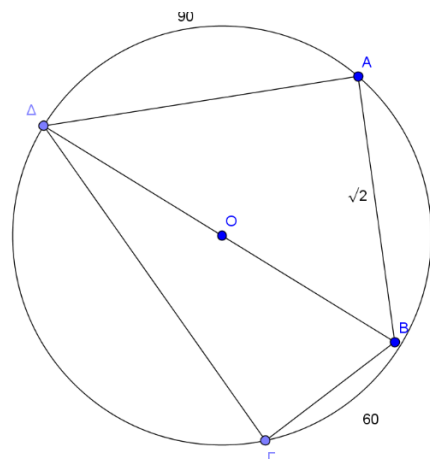
1. Στο παρακάτω τραπέζιο ( $AB \parallel \Gamma\Delta$ ) είναι  
 $AB = 6\sqrt{3}cm, \Delta E = 8\sqrt{3}cm, B\Gamma = 8cm, \hat{A}B\Gamma = 150^\circ, \hat{B}E\Delta = 90^\circ$



- A. Να υπολογίσετε :
- το ύψος BE του τραπέζιου
  - την πλευρά ΔΓ του τραπέζιου
- B. Να υπολογίσετε :
- το εμβαδό του τριγώνου ΔBΓ
  - το εμβαδό του τραπέζιου ABΓΔ
- Γ. Το εμβαδό του τριγώνου ABΔ.

2. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O,R) και ΔB διάμετρος του κύκλου. Αν  $AB = \sqrt{2}cm$ , τόξο  $A\Delta = 90^\circ$  και τόξο  $B\Gamma = 60^\circ$ .

- A. Να δείξετε ότι στο τετράπλευρο ABΓΔ οι γωνίες A και Γ είναι παραπληρωματικές.
- B. Να υπολογίσετε :
- τις πλευρές AΔ, ΔΓ και BΓ του τετραπλεύρου
  - το εμβαδό του τετραπλεύρου ABΓΔ.
- Γ. Να υπολογίσετε:
- την ακτίνα R του κύκλου (O,R)
  - το εμβαδό του κυκλικού δίσκου (O,R) . (Δίνεται  $\sqrt{3} = 1,7$ )



3. Δίνεται τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $AB \parallel \Gamma\Delta$ ) το οποίο έχει  $\hat{A} = 60^\circ, \hat{B} = 30^\circ$  και μεγάλη βάση  $AB=12\text{cm}$ . Αν  $A\Delta=4\text{cm}$ , να υπολογίσετε:

- i) την βάση  $\Gamma\Delta$
- ii) το εμβαδό του τραπεζίου  $AB\Gamma\Delta$

4. Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο  $A(2,6)$ .

- A) Να βρείτε την κλίση της ευθείας αυτής
- B) να γράψετε την εξίσωση της ευθείας και να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών

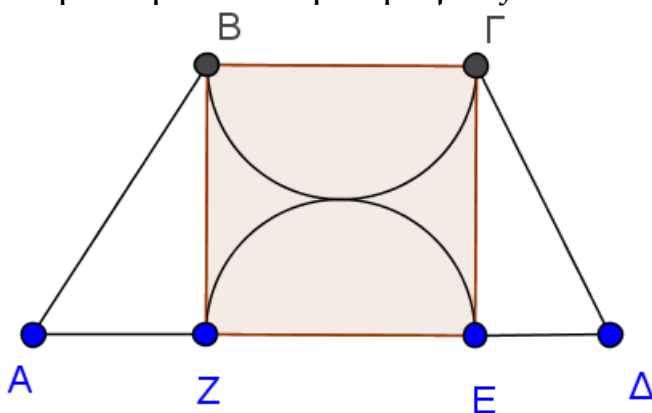
x	1	-3		
y			12	-4

Γ. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $(0,4)$  και είναι παράλληλη στην ευθεία του ερωτήματος (B)

5. Στο διπλανό τραπέζιο ( $A\Delta \parallel B\Gamma$ ) φαίνεται η κάτοψη μιας αυλής. Οι πλευρές  $AB=\Delta\Gamma=5\text{cm}$ . Το  $B\Gamma EZ$  είναι τετράγωνο με εμβαδό  $16\text{m}^2$ .

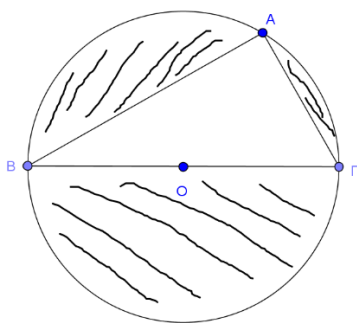
- A) Να βρείτε την μικρή βάση  $B\Gamma$  και το ύψος  $BZ$  του τραπεζίου
- B) Να βρεθεί το μήκος της μεγάλης βάσης  $A\Delta$  του τραπεζίου  $AB\Gamma\Delta$ .

Γ)Πόσο θα στοιχίσει ο καλωπισμός της αυλής αν στο ημικύκλιο τοποθετηθεί κυβόλιθος που στοιχίζει  $10\text{ευρώ}/\text{m}^2$  και στην υπόλοιπη αυλή τοποθετήσουμε γκαζόν που στοιχίζει  $5\text{ευρώ}/\text{m}^2$

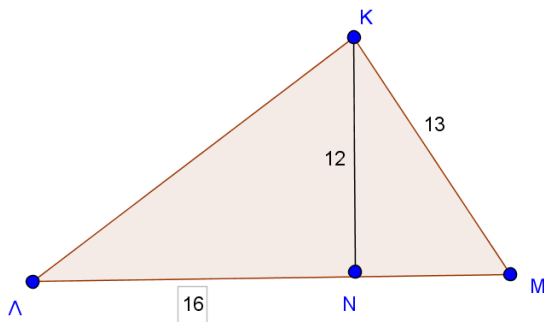


6.Α.Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $\Gamma = \frac{4}{5}\sqrt{29 - \sqrt{19 - \sqrt{9}}}$

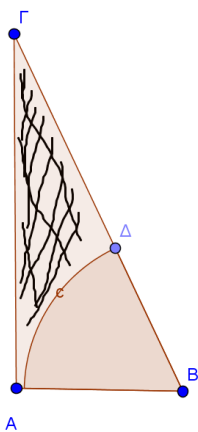
Β.Στο παρακάτω σχήμα δίνεται  $AB=8\text{cm}$ . Αν  $\sin B = \frac{\Gamma}{5}$ , όπου  $\Gamma=4$  η τιμή του Α ερωτήματος, να υπολογίσετε το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου χώρου.



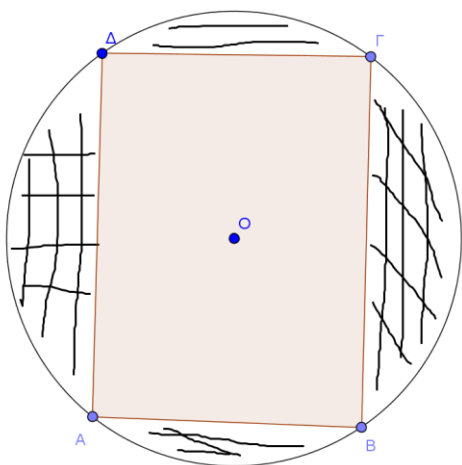
7.Να υπολογίσετε από το διπλανό σχήμα τις πλευρές ΚΛ και ΛΜ του τριγώνου ΚΛΜ και να εξετάσετε αν είναι ορθογώνιο το ΚΛΜ αν είναι  $KM=13$ ,  $KN=12$  και  $LN=16$  και η γωνία  $\hat{K}NM = 90^\circ$



8. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) με  $AB=4\text{cm}$ ,  $B\Gamma=8\text{cm}$ ,  $\hat{B} = 60^\circ$ . Γράφουμε κύκλο  $(B, BA)$ . Να υπολογίσετε το εμβαδό του σκιασμένου μέρους.



9. Στο διπλανό σχήμα το ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  με διαστάσεις  $AB=6\text{cm}$  και  $B\Gamma=8\text{cm}$  είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο  $(O, \rho)$ .  
 Α. Να βρεθεί η διάμετρος  $A\Gamma$  του κύκλου  
 Β. Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος.



10. Σ'έναν κύκλο  $(O, \rho)$  παίρνουμε τα διαδοχικά τόξα

$$\widehat{AB} = x + 10^\circ, \widehat{B\Gamma} = x + 30^\circ, \widehat{\Gamma\Delta} = 3x - 50^\circ, \widehat{\Delta A} = 70^\circ.$$

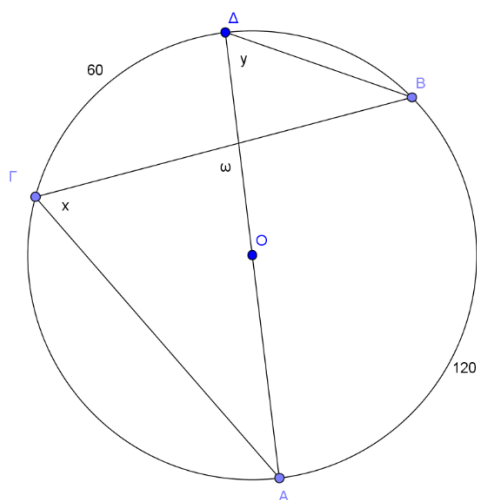
A) Να υπολογίσετε πόσες μοίρες είναι τα τόξα  $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$

B) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma}, \hat{\Delta}$  του τετραπλεύρου  $AB\Gamma\Delta$ .

Γ) Τι σχέση έχουν οι χορδές  $AB, A\Delta$  και γιατί;

11. Να υπολογίσετε τις γωνίες  $x, y, \omega$  του διπλανού σχήματος αν

$$AB = 120 \text{ και } \Gamma\Delta = 60$$



12. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $A=90$ ) με υποτείνουσα  $10\text{cm}$

στο οποίο ισχύει  $\eta\mu B = \frac{4}{5}$

A) Να υπολογιστεί η περίμετρος και το εμβαδό του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

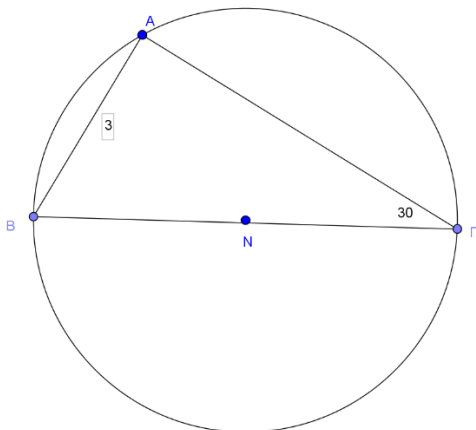
B) Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί  $\text{syn} B, \epsilon\phi\Gamma$

13. Στο διπλανό σχήμα είναι η γωνία  $\hat{A\Gamma B} = 30^\circ$  και το  $AB = 3\text{cm}$ .

Αν το σημείο  $N$  είναι το κέντρο του κύκλου, να υπολογιστούν:

A) Οι γωνίες  $\hat{B\hat{A}\Gamma}, \hat{A\hat{B}\Gamma}$

B) Τα μήκη των πλευρών  $B\Gamma$  και  $A\Gamma$  του τριγώνου



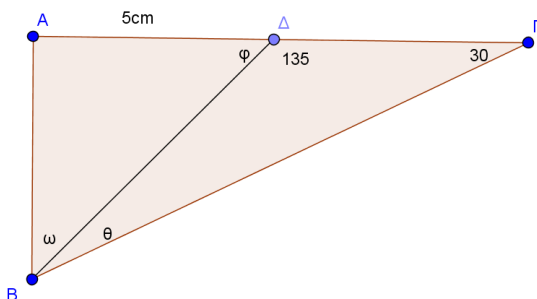
14. Στο ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $A=90^\circ$ ) του διπλανού σχήματος δίνονται:

$$\hat{\Gamma} = 30^\circ, \widehat{B\Delta\Gamma} = 135^\circ, A\Delta = 5\text{cm}$$

Να υπολογίσετε :

A) τις γωνίες  $\omega, \varphi, \theta$

B) τις πλευρές  $AB, A\Gamma, B\Gamma$



15. Σε τρίγωνο  $K\Lambda M$  τα μήκη των πλευρών του είναι

$$KM = \sqrt{64} + 2\sqrt{36}$$

$$\Lambda M = 24$$

$$K\Lambda = \sqrt{16} + 2\sqrt{25} + \sqrt{49} - \sqrt{(-1)^{2016}}$$

A) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές με βάση  $\Lambda M$

B) Υπολογίστε το ύψος  $KP$

Γ) Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου ΚΛΜ και να προσδιορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Μ.

16. Να υπολογιστούν οι γωνίες  $x, y, \omega$  του σχήματος

