ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Ορισμός: Η αντιστοιχία $f: A \to B$ λέγεται συνάρτηση αν για κάθε $x \in A$ αντιστοιχίζεται **ένα μόνο** $y \in B$

$f: A \to B$ συνάρτηση $\Leftrightarrow \forall \chi_1, \chi_2 \in A$ με $\chi_1 = \chi_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$
ή ισοδύναμα
$f: A \to B$ συνάρτηση $\Leftrightarrow \forall \chi_1, \chi_2 \in A$ με $f(x_1) \neq f(x_2) \Rightarrow x_1 \neq x_2$

Το σύνολο A λέγεται σύνολο αφετηρίας ή σύνολο ορισμού ή πεδίο ορισμού της συνάρτησης , ενώ το σύνολο Β λέγεται σύνολο άφιξης.

ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΣΜΟΥ

Ορισμός: Με τον όρο πεδίο ορισμού εννοούμε το ´´ευρύτερο´´ υποσύνολο του $\Re$ στο οποίο η f(x) έχει νόημα πραγματικού αριθμού.

Ο συμβολισμός για το πεδίο ορισμού είναι:
i)D(f) (D το αρχικό γράμμα της λέξης Domain)
ii)D_f
iii)Με κεφαλαίο γράμμα A,B,Γ κλπ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΔΙΩΝ ΟΡΙΣΜΟΥ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

Όνομα	Τύπος	Πεδιο Ορισμού
Πολυωνυμική	$F(x)=\alpha_\nu\chi^\nu+\ldots+\alpha_1\chi+\alpha_0$	R
Ομοπαραλληλική	$F(x)=\alpha\chi+\beta$	R
Σταθερή	$F(x)=c$	R
Ταυτοτική	$F(x)=x$	R
Ρητή	$F(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}, P(x), Q(x)$ πολυωνικές συναρτήσεις του χ	$R-\{x\in\Re : Q(x)=0\}$
Ομογραφική	$F(x)=\dfrac{\alpha\chi+\beta}{\gamma\chi+\delta}$ $\alpha\neq 0$ και $\dfrac{\alpha}{\gamma}\neq\dfrac{\beta}{\delta}$	$R-\left\{-\dfrac{\delta}{\gamma}\right\}$
Άρρητη	$F(x)=\sqrt{P(x)}$	$\{x\in\Re : P(x)\geq 0\}$
Λογαριθμική	$F(x)=\log_\alpha h(x)$,α>0 α≠1	$\{x\in\Re : h(x)>0\}$
Τριγωνομετρικές	$F(x)=\eta\mu\chi$ $F(x)=\sigma\upsilon\nu\chi$ $F(x)=\varepsilon\varphi\chi$ $F(x)=\sigma\varphi\chi$	R R $R-\left\{\kappa\pi+\dfrac{\pi}{2}\right\},\kappa\in\mathbb{Z}$ $R-\{\kappa\pi\},\kappa\in\mathbb{Z}$

ΠΡΑΞΕΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

Έστω οι συναρτήσεις f και g με τύπους f(x) και g(x) και πεδία ορισμού A=D(f) και B=D(g) αντίστοιχα.Τότε:

- Το άθροισμα των συναρτήσεων f και g είναι η συνάρτηση f+g (εφ'όσον ορίζεται) με
  - ❖ Πεδιο ορισμού : $D(f+g)=D(f)\cap D(g)=A\cap B$
  - ❖ Τύπο : (f+g)(x)=f(x)+g(x) , $\forall x\in A\cap B$

  Για να ορίζεται πρέπει $A\cap B\neq\varnothing$

- Η διαφορά των συναρτήσεων f και g είναι η συνάρτηση f-g (εφ'όσον ορίζεται) με
  - ❖ Πεδίο ορισμού : $D(f-g)=D(f)\cap D(g)=A\cap B$
  - ❖ Τύπο: (f-g)(x)=f(x)-g(x) , $\forall x\in A\cap B$

  Για να ορίζεται πρέπει $A\cap B\neq\varnothing$

- Το γινόμενο των συναρτήσεων f και g είναι η συνάρτηση fg (εφ'όσον ορίζεται) με
  - ❖ Πεδίο ορισμού : $D(f\cdot g)=D(f)\cap D(g)=A\cap B$
  - ❖ Τύπο: (fg)(x)=f(x)g(x) , $\forall x\in A\cap B$

    Για να ορίζεται πρέπει $A\cap B\neq\varnothing$

- Το πηλίκο των συναρτήσεων f και g είναι η συνάρτηση $\dfrac{f}{g}$ (εφ'όσον ορίζεται) με
  - ❖ Πεδίο ορισμού $D\left(\dfrac{f}{g}\right)=D(f)\cap D'(g)=A\cap B'$

    όπου $\mathrm{B}'=\{\chi\in \mathrm{B}: g(x)\neq 0\}$
  - ❖ Τύπο: $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}\quad \forall x\in A\cap B'$

    Για να ορίζεται πρέπει $A\cap B'\neq\varnothing$

ΓΡΑΦΗΜΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Ορισμός: Έστω η συνάρτηση $f: A \to B$. Ονομάζουμε γράφημα ή γραφική παράσταση ή καμπύλη της f σ'ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Οχy, το σύνολο των σημείων M(χ,f(x)) για όλα τα $x \in A$.

Συμβολίζεται με το C_f.

$$C_f = \{(x, f(x) \in R^2, x \in A\}$$

$$C_f = \{M(x, y) \in R^2, y = f(x)\}$$

ΑΡΤΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Ορισμός: Έστω η συνάρτηση f με τύπο f(x) και πεδίο ορισμού το A=D(f) .Τότε θα λέμε ότι η συνάρτηση f είναι **άρτια** ,αν και μόνο αν,

- $\forall x \in D(f), -x \in D(f)$ (δηλαδή το D(f) είναι ΄΄συμμετρικό΄΄ ως προς το 0)
- f(-x)=f(x) $\quad \forall x \in D(f)$

Μεθοδολογια:

1. Βρίσκουμε το D(f)
2. Εξετάζουμε αν το D(f) είναι ΄΄συμμετρικό΄΄ σύνολο ως προς 0) (1)

   Αν δεν ισχύει η (1) τότε η συνάρτηση δεν είναι άρτια

   Αν ισχύει η (1) τότε εξετάζουμε αν

3.f(-x)=f(x) για κάθε $x \in D(f)$

Γεωμετρική ερμηνεία: Αν μια συνάρτηση f είναι άρτια γεωμετρικά σημαίνει ότι το γράφημα της f είναι καμπύλη συμμετρική ως προς τον άξονα y'y.

ΠΕΡΙΤΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Ορισμός: Έστω η συνάρτηση f με τύπο f(x) και πεδίο ορισμού το A=D(f) .Τότε θα λέμε ότι η συνάρτηση f είναι **περιττή** ,αν και μόνο αν:

- $\forall x \in D(f), -x \in D(f)$ (δηλαδή το D(f) είναι ΄΄συμμετρικό΄΄ σύνολο ως προς το 0)
- f(-x)=-f(x) $\forall x \in D(f)$

Μεθοδολογία:

1. Βρίσκουμε το D(f)
2. Εξετάζουμε αν το D(f) είναι ΄΄συμμετρικό΄΄ ως προς 0. (1)
   Αν δεν ισχύει η (1) τότε η συνάρτηση δεν είναι περιττή
   Αν ισχύει η (1) τότε συνεχίζουμε και εξετάζουμε αν:

3.f(-x)=-f(x) για κάθε $x \in D(f)$

Γεωμετρική ερμηνεία: Αν η f είναι περιττή γεωμετρικά σημαίνει ότι το γράφημα της f είναι καμπύλη συμμετρική ως προς κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.

Θεώρημα: Το γινόμενο δύο άρτιων ή δύο περιττών συναρτήσεων είναι άρτια συνάρτηση , ενώ το γινόμενο μιας άρτιας και μιας περιττής συνάρτησης είναι περιττή συνάρτηση.

ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ

Ορισμός: Η συνάρτηση $f: A \to B$ λέγεται γνησίως αύξουσα στο Α όταν για οποιαδήποτε σημεία $\chi_1, \chi_2 \in A$ με $\chi_1 < \chi_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$.

Ορισμός: Η συνάρτηση $f: A \to B$ λέγεται γνησίως φθίνουσα στο Α όταν για οποιαδήποτε σημεία $\chi_1, \chi_2 \in A$ με $\chi_1 < \chi_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$.

Ορισμός: Η συνάρτηση $f: A \to B$ λέγεται αύξουσα στο Α όταν για οποιαδήποτε σημεία $\chi_1, \chi_2 \in A$ με $\chi_1 < \chi_2$ ισχύει $f(x_1) \leq f(x_2)$

Ορισμός: Η συνάρτηση $f: A \to B$ λέγεται φθίνουσα στο Α όταν για οποιαδήποτε σημεία $\chi_1, \chi_2 \in A$ με $\chi_1 < \chi_2$ ισχύει $f(x_1) \geq f(x_2)$