

1. Να βρείτε τη μέση τιμή των παραστάσεων:

i) -2, 3, 2, 1, 6

ii) που δίνονται από τους πίνακες:

| x_i | v_i |
|-------|-------|
| -2 | 3 |
| 0 | 6 |
| 1 | 6 |
| 2 | 5 |

| x_i | f_i |
|-------|-------|
| -3 | 0,1 |
| -2 | 0,3 |
| 0 | 0,4 |
| 1 | 0,2 |

| κλάσεις | $f_i\%$ |
|---------|---------|
| [3,5) | 15 |
| [5,7) | 20 |
| [7,9) | 35 |
| [9,11) | 30 |

ΛΥΣΗ

$$i) \bar{x} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5} = \frac{-2 + 3 + 2 + 1 + 6}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$ii) a) \bar{x} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4}{v} = \frac{-2 \cdot 3 + 0 \cdot 6 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 5}{20} = \frac{1}{2}$$

$$b) \bar{x} = x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + x_4 f_4 = -3 \cdot 0,1 - 2 \cdot 0,3 + 0 \cdot 0,4 + 1 \cdot 0,2 = -0,7$$

γ)

| Κλάσεις | Κέντρο | $f_i\%$ | f_i | $x_i f_i$ |
|----------|--------|---------|-------|-----------|
| [3,5) | 4 | 15 | 0,15 | 0,6 |
| [5,7) | 6 | 20 | 0,2 | 1,2 |
| [7,9) | 8 | 35 | 0,35 | 2,8 |
| [9,11) | 10 | 30 | 0,3 | 3 |
| Αθροισμα | | 100 | 1 | 7,6 |

$$\bar{x} = 7,6$$

2. Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής X με τις αντίστοιχες συχνότητες τους. Η τέταρτη συχνότητα δεν έχει αναγραφεί. Μπορείται να την ανακαλύψετε αν γνωρίζεται ότι η μέση τιμή είναι 3,8

| X_i | v_i |
|-------|-------|
| 1 | 2 |
| 2 | 1 |
| 3 | 1 |
| 4 | |
| 5 | 3 |
| 6 | 1 |

ΛΥΣΗ

$$a) \bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + x \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 1 \cdot 6}{8 + x} \Leftrightarrow 3,8 = \frac{4x + 28}{8 + x} \Leftrightarrow$$

$$30,4 + 3,8x = 4x + 28 \Leftrightarrow 4x - 3,8x = 30,4 - 28 \Leftrightarrow 0,2x = 2,4 \Leftrightarrow x = 12.$$

3. Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται ο αριθμός των επιβατών τριάντα αυτοκινήτων που πέρασαν από ένα δρόμο σε μια ώρα. Αν ο μέσος όρος των επιβατών είναι 2 να βρείτε τα α, β .

| Επιβάτες | Αυτοκίνητα |
|----------|------------|
| 1 | 12 |
| 2 | α |
| 3 | 6 |
| 4 | β |

ΛΥΣΗ

Επειδή το πλήθος των αυτοκινήτων είναι 30 έχουμε :

$$12 + \alpha + 6 + \beta = 30 \Leftrightarrow \alpha = 12 - \beta \quad (1)$$

Η μέση τιμή είναι 2 οπότε έχουμε:

$$\bar{x} = 2 \Leftrightarrow \frac{1 \cdot 12 + 2 \cdot \alpha + 3 \cdot 6 + 4 \cdot \beta}{30} = 2 \Leftrightarrow 12 + 2\alpha + 18 + 4\beta = 60 \Leftrightarrow$$

$$2\alpha + 4\beta = 30 \Leftrightarrow \alpha + 2\beta = 15 \quad (2)$$

Από (1) και (2) έχουμε $\alpha=9$ και $\beta=3$.

4. Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι μέσες θερμοκρασίες τα τελευταία χρόνια σε μια πόλη με τις αντίστοιχες συχνότητες. Να βρείτε το α αν η διάμεσος είναι 20,5.

| x_i | v_i |
|-------|----------|
| 18 | 1 |
| 19 | α |
| 20 | 6 |
| 21 | 7 |
| 22 | 3 |

ΛΥΣΗ

Αφού η διάμεσος είναι 20,5 και δεν συμπίπτει με τιμή παρατήρησης το πλήθος των παρατηρήσεων που έχουν τιμή μικρότερη του 20,5 θα είναι το ίδιο ακριβώς με το πλήθος των παρατηρήσεων που έχουν τιμή μεγαλύτερη του 20,5. Άρα $1 + \alpha + 6 = 7 + 3 \Leftrightarrow \alpha = 3$

5. Οι βαθμοί ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα είναι

18 , 15 , 17 , 16

Να βρείτε :

- i) το εύρος του δείγματος

- ii) την διακύμανση

- iii) την τυπική απόκλιση

ΛΥΣΗ

i) Το εύρος είναι $R=18-14=4$

ii) $\bar{x} = \frac{18+15+17+14+16}{5} = 16$

$$s^2 = \frac{(18-16)^2 + (15-16)^2 + (17-16)^2 + (14-16)^2 + (16-16)^2}{5} =$$

$$s^2 = \frac{4+1+1+4+0}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\text{iii) } s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2} = 1,41$$

6. Σε ένα δείγμα με μεταβλητή X η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 10$ και ο συντελεστής μεταβολής $CV = 10\%$. Αν $\sum_{i=1}^n X_i^2 = 2020$ να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.

ΛΥΣΗ

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \Leftrightarrow 10\% = \frac{s}{10} \Leftrightarrow \frac{10}{100} = \frac{s}{10} \Leftrightarrow s = 1.$$

$$s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v x_i^2 - \bar{x}^2.$$

$$1^2 = \frac{1}{v} 2020 - 10^2 \Leftrightarrow 101v = 2020 \Leftrightarrow v = 20$$

7. Έστω $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_v$ οι παρατηρήσεις ενός δείγματος με μεταβλητή X , που έχουν μέση τιμή 6 και τυπική απόκλιση 3

Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_v$ που προκύπτουν από τις $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_v$ αφού

i) αφαιρέσουμε από καθεμιά το 2

ii) πολλαπλασιάσουμε καθεμιά με το -3.

iii) αυξήσουμε καθεμιά με το 8%.

iv) ελαττώσουμε καθεμιά κατά 10% και μετά προσθέσουμε σε καθεμιά το 1.

ΛΥΣΗ

i) Είναι $y_i = x_i - 2$, $i=1,2,\dots,v$ άρα

$$\bar{y} = \bar{x} - 2 = 6 - 2 = 4$$

$$s_y = s_x = 3$$

ii) Είναι $Y = -3X$

$$\bar{y} = -3\bar{x} = -3 \cdot 6 = -18$$

$$\text{Άρα } s_y = |-3|s_x = 3 \cdot 3 = 9$$

iii) Είναι $Y = X + 8\%X = X + 0,08X = 1,08X$

$$\bar{y} = 1,08\bar{x} = 1,08 \cdot 6 = 6,48$$

$$\text{Άρα } s_y = |1,08|s_x = 1,08 \cdot 3 = 3,24$$

iv) Είναι $Y = X - 10\%X + 1 = X - 0,1X + 1 = 0,9X + 1$

$$\bar{y} = 0,9\bar{x} + 1 = 0,9 \cdot 6 + 1 = 6,4$$

$$\text{Άρα } s_y = |0,9|s_x = 0,9 \cdot 3 = 2,7$$