

## ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

---

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $ABΓ$  με  $AB=AG$ . Να αποδείξετε ότι:  
Α) οι διάμεσοι  $BM$  και  $GN$  είναι ίσες.  
Β) οι διχοτόμοι  $BD$  και  $GE$  είναι ίσες  
Γ) τα ύψη  $BK$  και  $GL$  είναι ίσα.
2. Σε ορθογώνιο τρίγωνο  $ABΓ$  φέρνουμε τη διάμεσο  $AM$ . Να αποδείξετε ότι οι κορυφές  $B$  και  $Γ$  ισαπέχουν από την  $AM$ .
3. Σε ισοσκελές τρίγωνο  $ABΓ$  προεκτείνω τις ίσες πλευρές  $AB$  και  $AG$  κατά ίσα τμήματα  $BD$  και  $GE$ . Να αποδείξετε ότι:  
Α)  $\hat{G}\hat{B}\hat{D} = \hat{B}\hat{G}\hat{E}$   
Β)  $BE=GD$
4. Δύο τρίγωνα  $ABΓ$  και  $ΔEZ$  έχουν  $\hat{B} = \hat{E}$  και  $AB=ΔE$  και τις διχοτόμους  $BM$ ,  $EN$  ίσες. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.
5. Δύο τρίγωνα  $ABΓ$  και  $ΔEZ$  έχουν  $AB=ΔE$ ,  $AG=ΔZ$  και τις διαμέσους  $BM$  και  $EN$  ίσες. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ABΓ$  και  $ΔEZ$  είναι ίσα.
6. Σε παραλληλόγραμμο  $ABΓΔ$  να αποδείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα  $K, N$  των πλευρών  $ΔΓ$  και  $ΓB$  είναι ίσο με το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα  $Λ, M$  των  $AD$  και  $AB$ .
7. Σε ένα τρίγωνο  $ABΓ$  προεκτείνουμε τη διάμεσο  $AM$  και πάνω σε αυτήν παίρνουμε τμήματα  $MΔ=AM$ . Να αποδείξετε ότι  
Α) τα τρίγωνα  $AMB$  και  $MΓΔ$  είναι ίσα.  
Β)  $AB=AG$   
Γ)  $\hat{B}\hat{Δ}\hat{Γ} = \hat{A}$
8. Δίνονται δύο ίσες χορδές  $AB$  και  $ΓΔ$  ενός κύκλου κέντρου  $O$ , των οποίων οι προεκτάσεις προς τα  $B$  και  $Δ$  τέμνονται στο σημείο  $Σ$ . Να αποδειχθεί ότι:  
Α)  $ΣB=ΣΔ$   
Β)  $ΣO \perp AG$

9. Να αποδείξετε ότι αν σε ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  το ύψος  $A\Delta$  είναι και διχοτόμος της γωνίας  $A$ , τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
10. Να αποδείξετε ότι αν σε ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  το ύψος  $A\Delta$  είναι και διάμεσος τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
11. Αν δύο τρίγωνα είναι ίσα, να αποδείξετε ότι:
- A) τα ύψη που αντιστοιχούν σε δύο ίσες πλευρές τους είναι ίσες
  - B) οι διάμεσοι που αντιστοιχούν σε δύο ίσες πλευρές τους είναι ίσες
  - Γ) οι διχοτόμοι που αντιστοιχούν σε δύο ίσες πλευρές τους είναι ίσες.
12. Να δείξετε ότι αν ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει δύο ύψη ίσα τότε είναι ισοσκελές.
13. Από το μέσο  $M$  της βάσης  $B\Gamma$  ενός ισοσκελούς τριγώνου  $AB\Gamma$  φέρνουμε τμήματα  $M\Delta$  και  $ME$  κάθετα στις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:
- A)  $M\Delta = ME$
  - B) το τρίγωνο  $A\Delta E$  είναι ισοσκελές.
14. Στη βάση  $B\Gamma$  ισοσκελούς τριγώνου  $AB\Gamma$  παίρνουμε σημεία  $\Delta$  και  $E$  ώστε  $B\Delta = \Gamma E$ . Να αποδείξετε ότι  $\widehat{B\Delta A} = \widehat{\Gamma A E}$ .
15. Στις ίσες πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  ενός ισοσκελούς τριγώνου  $AB\Gamma$  παίρνω σημεία  $\Delta$  και  $E$  αντίστοιχα ώστε  $B\Delta = \Gamma E$ . Αν  $M$  είναι το μέσο της  $B\Gamma$  να αποδείξετε ότι:
- A) το τρίγωνο  $M\Delta E$  είναι ισοσκελές
  - B)  $A\Delta = AE$
  - Γ) τα τρίγωνα  $A\Delta M$  και  $AEM$  είναι ίσα.
16. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με βάση  $B\Gamma$  και  $A\Delta$  η διχοτόμος του. Αν  $K$  είναι ένα σημείο της  $A\Delta$ , να αποδείξετε ότι:
- A) τα τρίγωνα  $ABK$  και  $A\Gamma K$  είναι ίσα

Β)το τρίγωνο ΒΓΚ είναι ισοσκελές

- 17.Δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με βάση ΒΓ.  
Προεκτείνουμε τις ίσες πλευρές του ΑΒ και ΑΓ κατά τμήματα ΒΔ=ΓΕ.Αν ΑΚ είναι η διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΚΔΕ είναι ισοσκελές.
18. Δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ έχουν  $BΓ=EΖ$  και τα ύψη τους ΒΗ και ΓΘ αντίστοιχα ίσα με τα ΕΚ και ΖΛ(δηλαδή  $BΗ=EΚ$  και  $ΓΘ=ΖΛ$ ) . Να αποδείξετε ότι :
- Α)τα τρίγωνα ΒΘΓ και ΕΛΖ είναι ίσα.  
Β)  $A\hat{Γ}B = E\hat{Ζ}Δ$   
Γ)τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι ίσα.
- 19.Στο εξωτερικό ενός ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ με  $ΑΒ=ΑΓ$  θεωρούμε τα ισόπλευρα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ. Να αποδείξετε ότι  $ΒΕ=ΓΔ$ .
- 20.Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ( $ΑΒ=ΑΓ$ ) , να αποδειχτεί ότι οι αποστάσεις των μέσων των ίσων πλευρών από τη βάση είναι ίσες.
- 21.Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ να συγκριθούν οι αποστάσεις των κορυφών Δ και Β από τη διαγώνιο ΑΓ.
- 22.Α)Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ . Προεκτείνουμε την ΒΑ κατά ΑΒ' έτσι ώστε  $ΑΒ=ΑΒ'$  και την ΓΑ κατά ΑΓ' έτσι ώστε  $ΑΓ=ΑΓ'$  .Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΒ'Γ' .  
Β)Αν Μ το μέσο της ΒΓ , φέρνουμε ΜΑ και την προεκτείνουμε προς το Α. Αν τέμνει την Γ'Β'στο Μ' να δείξετε ότι Μ' μέσο της Β'Γ' .