

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

1. Ένα κουτί περιέχει τέσσερις λαχνούς αριθμημένους από το 1 έως το 4. Εκλέγουμε έναν λαχνό στην τύχη, σημειώνουμε το αποτέλεσμα και δεν ξανατοποθετούμε τον λαχνό στο κουτί. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα άλλες δύο φορές σημειώνοντας κάθε φορά το αποτέλεσμα σε θέση που βρίσκεται δεξιότερα από αυτήν του προηγούμενου. Να βρεθεί:

α) ο δειγματικός χώρος Ω του πειράματος

β) το ενδεχόμενο A: "ο αριθμός που προκύπτει να είναι άρτιος"

γ) το ενδεχόμενο B: "ο αριθμός που προκύπτει να έχει άθροισμα ψηφίων μεγαλύτερο του 7."

2. Ελέγχονται τρεις κινητήρες α, β και γ ενός αεροσκάφους και σημειώνεται για τον καθένα η ένδειξη (K) όταν ο κινητήρας δεν έχει βλάβη, και η ένδειξη (E) όταν ο κινητήρας έχει βλάβη.

Να βρείτε:

α) τον δειγματικό χώρο του πειράματος τύχης

β) τα ενδεχόμενα:

A: "δύο ακριβώς κινητήρες δεν έχουν βλάβη"

B: "δύο τουλάχιστον κινητήρες έχουν βλάβη"

Γ: "δύο το πολύ κινητήρες έχουν βλάβη"

Δ: "το πολύ ένας κινητήρας έχει βλάβη"

E: "το πολύ ένας κινητήρας δεν έχει βλάβη"

γ) τα ενδεχόμενα $A \cap B$, $B \cup \Delta$ και $B \cap \Delta$

3. Ρίχνουμε ένα νόμισμα και σημειώνουμε το αποτέλεσμα κεφαλή (K) ή γράμματα (Γ) μέχρι να πάρουμε δύο φορές κεφαλή ή τρεις φορές γράμματα. Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος τύχης. Σε πόσες το πολύ ρίψεις τελειώνει το πείραμα;

4. Μια δισκογραφική εταιρεία ελέγχει δίσκους από τη γραμμή παραγωγής με τη σειρά που εξέρχονται. Ο έλεγχος σταματάει όταν βρεθούν 2 ελαττωματικοί δίσκοι ή όταν έχουν ελεγχθεί 4 δίσκοι. Να υπολογίσετε τα ενδεχόμενα:

K: "να βρεθεί ακριβώς ένας ελαττωματικός (E) δίσκος"

L: "να βρεθούν ακριβώς δύο ελαττωματικοί δίσκοι"

M: "να βρεθούν δύο τουλάχιστον μη ελαττωματικοί δίσκοι"

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

N: ' 'να βρεθούν το πολύ δύο μη ελαττωματικοί δίσκοι' '

5. Μια αυτόματη μηχανή παράγει βίδες. Ελέγχω στη γραμμή παραγωγής τις βίδες. Οι βίδες ταξινομούνται σε καλές (K) και σε ελαττωματικές (E). Ο έλεγχος σταματάει αν βρεθούν 2 ελαττωματικές ή 3 καλές. Να βρείτε τον δειγματικό χώρο.

6. Ρίχνουμε ένα νόμισμα τρεις φορές.

α) Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος Ω του παραπάνω πειράματος

β) Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:

1) A: ' 'στις τρεις ρίψεις οι δύο να είναι γράμματα' '

2) B: ' 'και οι τρεις ρίψεις να είναι ίδιες' '

3) Γ: ' 'μια τουλάχιστον ρίψη να είναι κεφαλή' '

4) Δ: ' 'μια το πολύ ρίψη να είναι κεφαλή' '

7. Ένα κουτί περιέχει 8 λευκές, 3 κόκκινες και 5 μαύρες σφαίρες.

Αν βγάλουμε τυχαία μία σφαίρα, να βρεθεί η πιθανότητα των ενδεχομένων A: η σφαίρα είναι λευκή

B: η σφαίρα είναι κόκκινη Γ: η σφαίρα είναι λευκή ή κόκκινη

8. Σε μια σφυγμομέτρηση 1000 ατόμων 232 απάντησαν ότι έχουν σκύλο, 186 ότι έχουν γάτα και 92 σκύλο και γάτα. Βρείτε την πιθανότητα :α) το άτομο δεν έχει ούτε σκύλο ούτε γάτα β) το άτομο έχει μόνο σκύλο γ) το άτομο έχει μόνο γάτα.

9. Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$ ενός πειράματος τύχης.

1) Αν $P(\omega_1) = P(\omega_2) = \frac{1}{8}$, $P(\omega_3) = \frac{1}{3}$ και $P(\omega_4) = \frac{1}{6}$ να βρεθεί η $P(\omega_5)$

2) Αν $P(\omega_1) = 2P(\omega_2)$, $P(\omega_2) = 2P(\omega_3)$ και $P(\omega_3) = P(\omega_4) = P(\omega_5)$ τότε να βρεθούν :

α) οι πιθανότητες $P(\omega_1), P(\omega_2), P(\omega_3), P(\omega_4)$ και $P(\omega_5)$

β) οι πιθανότητες των ενδεχομένων $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ και $B = \{\omega_4, \omega_5\}$

10. Ρίχνουμε ένα ζάρι στον αέρα. Ποιά η πιθανότητα των ενδεχομένων; Η ένδειξη του ζαριού είναι:

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

A: ' 'άρτιος αριθμός' '

B: ' 'αριθμός μεγαλύτερος του 4' '

Γ: ' 'άρτιος ή μεγαλύτερος του 4' '

11. Έστω A,B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A)=0,8$, $P(B)=0,5$ και $P(A \cap B)=0,4$.

α) Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα

β) Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων

Γ: ' ' να πραγματοποιηθεί το A ή το B' '

Δ: ' ' να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα A και B' '

12. Έστω A,B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A)=\frac{7}{10}$,

$P(B)=\frac{1}{2}$ και $P(A \cap B)=\frac{2}{5}$. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Γ: ' ' να πραγματοποιηθεί μόνο το A' '

Δ: ' ' να πραγματοποιηθεί μόνο το B' '

Ε: ' ' να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα A και B' '

13. Για τα ενδεχόμενα A,B του δειγματικού χώρου Ω ισχύουν:

$P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{2}{5}$ και $P(A \cup B)=\frac{4}{5}$

Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Γ: ' ' να μην πραγματοποιηθεί το A' '

Δ: ' ' να πραγματοποιηθεί το A και το B' '

Ε: ' ' να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα A και B' '

Z: ' ' να πραγματοποιηθεί μόνο το B' '

Θ: ' ' να πραγματοποιηθεί ακριβώς ένα από τα A και B' '

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

14. Έστω δύο ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = \frac{2}{7}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ και $P(A \cap B) = \frac{4}{21}$.

Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:

- α) να μην πραγματοποιηθεί το A
- β) να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα A και B
- γ) να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα A και B
- δ) να πραγματοποιηθεί μόνο το A
- ε) να πραγματοποιηθεί μόνο το B
- στ) να πραγματοποιηθεί ακριβώς ένα από τα A και B.

15. Έστω A ένα ενδεχόμενο του δειγματικού χώρου Ω . Αν $P(A) + 3P(A') = \frac{5}{3}$, να βρεις το P(A).

16. Αν για το ενδεχόμενο A του δειγματικού χώρου Ω ισχύει $(P(A))^2 + (P(A'))^2 = 1$ να αποδείξετε ότι $P(A) = 0$ ή $P(A) = 1$.

17. Για τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν :

$$P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{2}{15}. \text{ Να βρεις τις πιθανότητες } P(A \cup B), P(A'), P(B'), P(A - B)$$

18. Για τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν

$$\frac{P(A')}{P(A)} = \frac{2}{3}, \frac{P(B')}{P(B)} = \frac{1}{2}$$

A) Να εξετάσεις αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα.

B) Να αποδείξεις ότι : $P(A \cup B) \geq \frac{2}{3}$

19. Το 17% των μαθητών ενός σχολείου μιλούν καλά γερμανικά, το 39% μιλούν καλά Γαλλικά, ενώ το 54% δε μιλούν καλά ούτε Γαλλικά ούτε γερμανικά. Βρείτε το ποσοστό των μαθητών του σχολείου που μιλούν καλά και τις δύο γλώσσες.

20. Από τους σπουδαστές ενός Ωδείου, το 50% μαθαίνει πιάνο, το 40% μαθαίνει κιθάρα, ενώ το 10% μαθαίνει και τα δύο όργανα.

Επιλέγουμε τυχαία ένα σπουδαστή του Ωδείου.

Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει πιάνο

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

B: ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει κιθάρα
Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης του ενδεχομένου:
α)ο σπουδαστής αυτός να μαθαίνει τουλάχιστον ένα από τα δύο παραπάνω όργανα
β)ο σπουδαστής αυτός να μην μαθαίνει κανένα από τα παραπάνω όργανα.

21. Σ'έναν αγώνα η πιθανότητα να κερδίσει ο παίκτης A είναι 25% , η πιθανότητα να κερδίσει ο παίκτης B είναι 15% και η πιθανότητα να κερδίσει ο παίκτης Γ είναι 30%. Να βρείτε την πιθανότητα :
A: να κερδίσει ο παίκτης A ή ο παίκτης B.
B: να μην κερδίσει ο παίκτης A ή ο παίκτης B.

22. Σε μια φρουτιέρα βρίσκονται 4 μήλα ,2 πορτοκάλια , 3 αχλάδια και 5 μανταρίνια. Παίρνουμε τυχαία ένα φρούτο . Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων το φρούτο να είναι: A.Μανταρίνι
B.Μανταρίνι ή πορτοκάλι Γ.Ούτε αχλάδι ούτε μήλο.

23. Για τα ενδεχόμενα A και B του δειγματικού χώρου Ω , είναι γνωστό ότι η πιθανότητα μη πραγματοποίησης του B είναι $\frac{4}{5}$, και η πιθανότητα μη πραγματοποίησης κανενός από τα A,B είναι $\frac{3}{8}$. Να βρεθεί η πιθανότητα πραγματοποίησης μόνο του A.

24. Σε έναν αγώνα συμμετείχαν τρεις φίλοι , ο Κώστας , ο Θάνος και ο Δημήτρης για τους οποίους γνωρίζουμε ότι η πιθανότητα να κερδίσει ο Κώστας είναι 30% , ενώ η πιθανότητα να μην κερδίσει ο Θάνος είναι 75% και να μην κερδίσει ο Δημήτρης είναι 75%. Να βρεθεί η πιθανότητα:

α) Να κερδίσει τον αγώνα ο Κώστας ή ο Θάνος

β) Να μην κερδίσει τον αγώνα ο Θάνος ή ο Δημήτρης.

25. Ένα Λύκειο έχει 400 μαθητές από τους οποίους οι 200 είναι μαθητές της Α' Τάξης. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα μαθητή , η πιθανότητα να είναι μαθητής της Γ'τάξης είναι 20%. Να βρείτε:

α)το πλήθος των μαθητών της Γ'τάξης

β)το πλήθος των μαθητών της Β'τάξης

γ)την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να είναι της Β'τάξης.

26. Αν για τα ενδεχόμενα A και B γνωρίζουμε ότι:

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

$P(A \cup B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ και $5P(B) = 2P(A')$ να υπολογιστούν οι πιθανότητες $P(A), P(B)$.

27. Το 70% των κατοίκων μιας πόλης έχει αυτοκίνητο, το 40% έχει μηχανάκι και το 20% έχει και αυτοκίνητο και μηχανάκι. Επιλέγουμε τυχαία έναν κάτοικο αυτής της πόλης. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο κάτοικος να έχει αυτοκίνητο

M: ο κάτοικος να έχει μηχανάκι.

α) να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

i) $A \cup M$ ii) $M - A$ iii) M'

β) Να βρείτε την πιθανότητα ο κάτοικος που επιλέχθηκε:

i) να μην έχει μηχανάκι

ii) να μην έχει ούτε μηχανάκι ούτε αυτοκίνητο

28. Έστω A και B ασυμβίβαστα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = x$ και $P(B) = \frac{2x+1}{3}$. Να αποδειχτεί ότι $x \leq \frac{2}{5}$.

29. Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{v \in \mathbb{N} / 12 \leq v \leq 2011\}$ και οι πιθανότητες των ενδεχομένων A, B τέτοιες ώστε

$$(4P(B) - 3)^{2016} + (4P(A) - 1)^{2018} \leq 0$$

A) Βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων A, B

B) Βρείτε τους πληθικούς αριθμούς των ενδεχομένων A και B

30. Αν για τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{5}, P(A \cap B) = \frac{1}{8}. \text{ Να βρεθούν οι πιθανότητες: } P(A')$$

$$, P(A' \cup B), P(A \cup B'), P(A' \cap B'), P(A' \cup B').$$

31. Θεωρούμε τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = 1 - \eta\mu\alpha\eta\beta$ και $P(B) = \sigma\upsilon\eta\alpha\sigma\upsilon\eta\beta$ και $P(A \cap B) = \sigma\upsilon\eta(\alpha + \beta)$. Δείξτε ότι $A \cup B = \Omega$.

32. Μια τάξη έχει 12 αγόρια και 18 κορίτσια. Τα μισά αγόρια και τα μισά κορίτσια έχουν καστανά μάτια. Επιλέγουμε ένα άτομο στην τύχη. Να βρείτε την πιθανότητα να είναι κορίτσι ή να έχει καστανά μάτια.

33. Από του μαθητές ενός σχολείου, στο 60% αρέσει το μπάσκετ, στο 70% αρέσει το ποδόσφαιρο και στο 30% αρέσουν και τα δυο αθλήματα. Να βρείτε την πιθανότητα εάν επιλέξουμε έναν μαθητή να μην του αρέσει ούτε το μπάσκετ ούτε το ποδόσφαιρο.

34. Μια οικογένεια έχει δυο παιδιά, το Νίκο και τον Κώστα, υποψήφιους φοιτητές. Η πιθανότητα να πετύχει ο Νίκος είναι 0,8, η

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

πιθανότητα να πετύχει ο Κώστας είναι 0,6 ,ενώ η πιθανότητα να αποτύχει τουλάχιστον το ένα από τα δυο παιδιά είναι 0,4. Να υπολογίσετε την πιθανότητα να πετύχει τουλάχιστον ένα από τα παιδιά.

35. Αν $|P(A) - 2| - \lambda = |P(A) + 1| - 4\lambda$ όπου $\lambda \in \mathfrak{R}$ και A ένα ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου Ω ,δείξτε ότι $|\lambda| \leq \frac{1}{3}$.

36. Έστω A, B δύο (όχι αδύνατα) ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω .

Αν $P(B) = \frac{4}{3} [1 - P(A)]$ δείξτε ότι : α) τα A, B δεν είναι ασυμβίβαστα

β) $P(A) \geq \frac{1}{4}$.

37. Ένας αριθμός k επιλέγεται τυχαία από το $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. Ποια είναι η πιθανότητα η παράσταση $x^2 + 2x + k$ να έχει 2 πραγματικές ρίζες;

38. Παίρνουμε στην τύχη έναν αριθμό από τους 10, 11, 12, ..., 20. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

1) A : ' 'ο αριθμός είναι πρώτος ή πολ/σιο του 5' '

2) B : ' 'ο αριθμός είναι πολ/σιο του 5 ή πολ/σιο του 2' '

39. Σε μια έκθεση μεταχειρισμένων αυτοκινήτων , το 30% δεν έχει λάστιχα, το 50% δεν έχει τιμόνι, ενώ το 10% δεν έχει ούτε λάστιχα ούτε τιμόνι. Να βρείτε την πιθανότητα εάν επιλέξουμε ένα αυτοκίνητο της έκθεσης να έχει τιμόνι και λάστιχα.

40. Ο γυμναστής ενός Λυκείου ζήτησε από τα αγόρια της Γ' Λυκείου να δηλώσουν ποιοι θα συμμετέχουν στα αθλήματα ποδόσφαιρο και μπάσκετ. Από τα 100 αγόρια της τάξης δήλωσαν: 45 μαθητές για το ποδόσφαιρο και 60 μαθητές για το μπάσκετ, 4 μαθητές δήλωσαν ότι δεν θα συμμετέχουν σε κανένα από τα δύο αυτά αθλήματα. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή της τάξης. Ποια η πιθανότητα:

α) Να συμμετέχει και στα δυο αθλήματα

β) Να συμμετέχει μόνο στο μπάσκετ

41. Από 200 μαθητές ενός Λυκείου έχει παρατηρηθεί ότι το 85% προάγεται τον Ιούνιο και το 10% παραπέμπεται το Σεπτέμβριο. Από

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

τους μαθητές που παραπέμπονται το Σεπτέμβριο , το 90% προάγεται. Επιλέγω τυχαία ένα μαθητή.

Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

A: ο μαθητής να μην προαχθεί τον Ιούνιο

B: ο μαθητής να προαχθεί τον Σεπτέμβριο

Γ: ο μαθητής να απορριφθεί.

42 . Μια τράπεζα χορηγεί διαφόρων τύπων δάνεια στους πελάτες της. Αν επιλεγεί τυχαία κάποιος πελάτης η πιθανότητα να έχει πάρει μόνο στεγαστικό ή μόνο καταναλωτικό δάνειο είναι 0,7 , ενώ η πιθανότητα να μην έχει πάρει κανένα από τα δύο προηγούμενα δάνεια είναι 0,1.

A) Να βρείτε την πιθανότητα ένας πελάτης να έχει πάρει και τα δύο δάνεια. Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα «έχει πάρει στεγαστικό» και «έχει πάρει καταναλωτικό» είναι ασυμβίβαστα.

B) Αν επιπλέον η πιθανότητα να έχει πάρει μόνο στεγαστικό είναι 0,6 να βρείτε τις πιθανότητες:

i) έχει πάρει καταναλωτικό

ii) έχει πάρει μόνο καταναλωτικό

43. Έχουμε 30 σφαίρες σε ένα δοχείο , αριθμημένες από το 1 έως το 30. Επιλέγουμε στην τύχη μια σφαίρα. Έστω A το ενδεχόμενο ο αριθμός της σφαίρας να είναι άρτιος και B το ενδεχόμενο ο αριθμός αυτός να είναι πολλαπλάσιο του 5. Αν A' και B' είναι τα συμπληρωματικά ενδεχόμενα των A και B να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

α) $P(A)$, $P(B)$

β) $P(A \cup B)$

γ) $P(A \cap B)$

δ) $P((A' \cap B) \cup (A \cap B'))$

44. Για τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν: $P(A') \leq 0,28$ και $P(B') \leq 0,71$.

α) Να αποδειχτεί ότι $P(A \cap B) \geq 1,01 - P(A \cup B)$

β) Να εξετάσετε αν τα A, B είναι ασυμβίβαστα.

45. Αν A, B είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι:

$$P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$

46. Έστω A και B δύο ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύουν $P(A) = 0,7$ και $P(B) = 0,6$.

α) Να εξετάσετε αν τα A και B είναι ασυμβίβαστα

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

β) Να αποδειχτεί ότι $P(A \cap B) \leq 0,7$ και $P(A \cup B) \geq 0,6$

γ) Να αποδειχτεί ότι $0,3 \leq P(A \cap B) \leq 0,6$

47. Από 120 μαθητές ενός λυκείου, 24 μαθητές συμμετέχουν στον Διαγωνισμό της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, 20 μαθητές συμμετέχουν στο διαγωνισμό της Ένωσης Ελλήνων Φυσικών και 12 μαθητές συμμετέχουν και στους δυο διαγωνισμούς. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Ποια είναι η πιθανότητα ο μαθητής:

α) να συμμετέχει σ'έναν τουλάχιστον από τους δυο διαγωνισμούς;

β) να συμμετέχει μόνο σ'έναν από τους δυο διαγωνισμούς;

γ) να μη συμμετέχει σε κανένα από τους δυο διαγωνισμούς.

48. Ένας μαθητής, προκειμένου να πάει στο σχολείο, χρησιμοποιεί διάφορα μεταφορικά μέσα. Η πιθανότητα να πάει με το ποδήλατο είναι 0,6, η πιθανότητα να πάει με το ποδήλατο και όχι με το λεωφορείο είναι 0,5 και η πιθανότητα να μην πάρει κανένα από τα δύο είναι 0,3. Να βρεις τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: να πάρει λεωφορείο

B: να πάρει λεωφορείο ή να μην πάρει ποδήλατο.

49. Το 40% των υπαλλήλων μιας εταιρείας διαβάζει εφημερίδες, το 30% διαβάζει περιοδικά και το 10% διαβάζει και εφημερίδες και περιοδικά. Επιλέγουμε τυχαία έναν υπάλληλο. Ποια είναι η πιθανότητα:

i) Να διαβάζει εφημερίδες ή περιοδικά

ii) Να διαβάζει εφημερίδες και όχι περιοδικά

iii) Να διαβάζει περιοδικά και όχι εφημερίδες

iv) Να διαβάζει μόνο εφημερίδες ή μόνο περιοδικά

v) Να μην διαβάζει ούτε εφημερίδες ούτε περιοδικά

vi) Να διαβάζει το πολύ εφημερίδες ή περιοδικά

50. Έστω n ένας θετικός ακέραιος και $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, 2n\}$ ένας δειγματικός χώρος. Δίνονται οι πιθανότητες $P(k) = \frac{1}{2^k}$

$k = 1, 2, \dots, 2n$. Να υπολογίσετε:

α) την πιθανότητα $P(0)$

β) την πιθανότητα του ενδεχομένου $A = \{2, 4, \dots, 2n\}$

51. Η Β' τάξη ενός Λυκείου έχει 25 αγόρια και κορίτσια. Τα $\frac{2}{5}$ των αγοριών και το $\frac{1}{5}$ των κοριτσιών επέλεξαν τη θετική κατεύθυνση και τα υπόλοιπα τη θεωρητική κατεύθυνση ή την τεχνολογική κατεύθυνση.

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Εκλέγουμε στην τύχη ένα άτομο. Αν η πιθανότητα το άτομο να είναι αγόρι και να μην επέλεξε την θετική κατεύθυνση είναι $9/25$, να βρείτε:

α) Πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια

β) Ποια η πιθανότητα το άτομο να είναι κορίτσι και να μην επέλεξε τη θετική κατεύθυνση;

52. Σε μια τάξη της Α' Λυκείου υπάρχουν 20 αγόρια και 9 κορίτσια.

Από τα αγόρια το $\frac{1}{4}$ και από τα κορίτσια το $\frac{1}{3}$ είναι άριστοι στα

Μαθηματικά. Καλούμε τυχαία ένα άτομο για εξέταση. Ποια είναι η πιθανότητα:

A: να μην είναι άριστο στα Μαθηματικά

B: να είναι κορίτσι

Γ: να είναι κορίτσι άριστο στα Μαθηματικά

Δ: να είναι κορίτσι ή να μην είναι άριστο στα Μαθηματικά.

53. Οι δράστες μιας κλοπής διέφυγαν μ' ένα αυτοκίνητο και μετά από την κατάθεση διαφόρων μαρτύρων έγινε γνωστό ότι ο τετραψήφιος αριθμός της πινακίδας του αυτοκινήτου είχε πρώτο και τέταρτο ψηφίο το 2. Το δεύτερο ψηφίο ήταν 6 ή 8 ή 9 και το τρίτο ψηφίο του ήταν 4 ή 7.

α) Με χρήση δένδρου διαγράμματος, να προσδιορίσετε το σύνολο των δυνατών αριθμών της πινακίδας του αυτοκινήτου.

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων

A: Το τρίτο ψηφίο του αριθμού της πινακίδας είναι το 7

B: Το δεύτερο ψηφίο του αριθμού της πινακίδας είναι το 6 ή 8.

Γ: Το δεύτερο ψηφίο του αριθμού της πινακίδας δεν είναι ούτε 8 ούτε 9.

54. Ένα κουτί περιέχει 12 άσπρες, x κόκκινες και y μαύρες μπάλες. Παίρνουμε τυχαία μια μπάλα. Η πιθανότητα να πάρουμε κόκκινη μπάλα είναι $\frac{1}{2}$ και η πιθανότητα να πάρουμε μαύρη μπάλα είναι $\frac{1}{3}$. Να βρείτε πόσες μπάλες υπάρχουν στο κουτί.

55. Από τους μαθητές της Γ' Λυκείου ενός σχολείου θα συγκροτηθεί μια επιτροπή από μαθητές και των τριών κατευθύνσεων. Οι μαθητές της τεχνολογικής είναι 10. Επιλέγω ένα μαθητή στην τύχη. Αν η πιθανότητα να είναι μαθητής της θετικής είναι $\frac{3}{10}$ και της θεωρητικής $\frac{1}{5}$ να βρεις πόσοι μαθητές της θετικής και πόσοι της θεωρητικής συμμετέχουν στην επιτροπή.

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

56. Έστω A και B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) > 0$ ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης : $f(x) = P(A)x^2 + 2P(B)x + P(A')$ να εφάπτεται στον άξονα $x'x$. Να αποδειχτεί ότι $P(B) \leq \frac{1}{2}$

57. Από μια έρευνα μεταξύ μαθητών ενός Λυκείου της χώρας , προέκυψε ότι το 80% των μαθητών πίνει γάλα ή τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι το πρωί. Επιλέγουμε ένα μαθητή στην τύχη και ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο μαθητής πίνει γάλα

B: ο μαθητής τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι

Αν από το σύνολο των μαθητών το 60% πίνει γάλα και το 45% τρώει δύο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι,

α) Να ορίσετε με χρήση της γλώσσας των συνόλων τα ενδεχόμενα:

i) ο μαθητής ούτε να πίνει γάλα ούτε να τρώει δύο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι.

ii) ο μαθητής να πίνει γάλα και να τρώει δύο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι

iii) ο μαθητής να πίνει μόνο γάλα.

β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα πραγματοποίησης των ενδεχομένων του α) ερωτήματος.

58. Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{5, 4, 3, 2, 1, 0, -1\}$ για τον οποίο ισχύει

$$P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = 2P(3) = 2P(4) = 2P(5)$$

Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

$$A = \{1, 3, x^2 - x - 3\}, \quad B = \{2, x + 1, x^2 + x - 2, -2x + 1\}$$

όπου x πραγματικός αριθμός

α) Να βρεθούν οι πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω , δηλαδή $P(-1), P(0), P(1), P(2), P(3), P(4), P(5)$

β) Να βρεθεί η μοναδική τιμή του x για την οποία ισχύει

$$B \cap A = \{-1, 3\}.$$

γ) Για $x = -1$ να δειχθεί ότι:

$$P(A) = \frac{5}{11}, \quad P(B) = \frac{7}{11}, \quad P(A \cap B) = \frac{3}{11}$$

και στη συνέχεια να υπολογιστούν οι πιθανότητες

$$P(A - B) \quad \text{και} \quad P(A \cup B)$$

59. Έστω A και B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω ο οποίος αποτελείται από 100 στοιχεία , που είναι ισοπίθανα , ώστε

$$(P(A))^2 + (P(B))^2 + 1 = \frac{2}{5} (3P(A) + 4P(B))$$

A. Να βρεθεί το πλήθος των στοιχείων του A , καθώς επίσης και του B .

B. Να αποδειχτεί ότι $P(A \cap B) \geq 0,4$.

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

60. Εκλέγουμε τυχαία έναν αριθμό λ από το σύνολο $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$. Να βρεθεί η πιθανότητα, ώστε η διασπορά των αριθμών $\lambda, 2\lambda+1, 3\lambda+5$ να είναι μεγαλύτερη του 38.

61. Αν A, B είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύει: $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 2x$ και $P(A \cup B) = 4x^2 + \frac{3}{4}$. Να βρεθεί ο $x > 0$.

62. Έστω $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ είναι ένας δειγματικός χώρος που αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα. Εκλέγουμε τυχαίως ένα απλό ενδεχόμενο $\lambda \in \Omega$. Αν $f(x) = 2x^2 - 4x + \lambda$, να βρείτε την πιθανότητα η εξίσωση $f(x) = 0$ να μην έχει πραγματικές ρίζες.

63. Ένας αριθμός γ επιλέγεται τυχαία από το σύνολο $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Ποια είναι η πιθανότητα η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 4x + \gamma$ να τέμνει τον άξονα $x'x$;

64. Για ένα ενδεχόμενο A ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $P(A) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$

, όπου x πραγματικός αριθμός.

α) Να βρεθεί το διάστημα μεταβολής του x

β) Για ποια τιμή του x , η $P(A)$ γίνεται μέγιστη;

γ) Τι συμπεραίνουμε για το ενδεχόμενο A , όταν η $P(A)$ πάρει την μέγιστη τιμή της;

65. Ο παρακάτω πίνακας δίνει το ποσό των αγορών που έγιναν από 2000 άτομα σε ένα μαγαζί, μια δεδομένη ημέρα.

α) Να υπολογιστεί η μέση τιμή της κατανομής και η τυπική απόκλιση αυτής

β) Ρωτήσαμε στην τύχη ένα άτομο που ψώνισε σ' αυτό το μαγαζί:

1) ποια είναι η πιθανότητα το ποσό των αγορών του να είναι μεγαλύτερο από 60€.

2) Ποια η πιθανότητα, ώστε το ποσό των αγορών του να είναι μικρότερο από 45€.

3) Αποφασίζουμε να ρωτήσουμε ένα άτομο με ποσό αγορών πάνω από 45€. Ποια η πιθανότητα, το ποσό των αγορών να είναι μεγαλύτερο από 60€.

Ποσό αγορών σε €	Άτομα
[0, 15)	150

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

[15,30)	380
[30,45)	800
[45,60)	320
[60,75)	300
[75,90)	50

66. α) Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2+(1-x)^2$ με $x \in [0,1]$.
Να βρεθεί το ελάχιστο:

β) Να δειχτεί ότι: $P^2(A)+P^2(A') \geq \frac{1}{2}$

67. Α. Ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης είναι: $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4,\omega_5,\omega_6\}$, με: $\omega_1=x_1,\omega_2=x_2,\omega_3=x_3,\omega_4=4x_1,\omega_5=4x_2,\omega_6=4x_3$ όπου x_1,x_2,x_3 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2(x-1)(x^2-5x+6)=0$. Οι πιθανότητες των στοιχειωδών ενδεχομένων ικανοποιούν τις συνθήκες: $P(\omega_6)=P(\omega_5)=P(\omega_4)=3P(\omega_3)=3P(\omega_2)=3P(\omega_1)$. Να βρείτε τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω .

Β. Θεωρούμε τη συνάρτηση:

$$g(x)=x^2+(k^2-5k)x+13, \quad k \in \mathbb{R}$$

και το ενδεχόμενο Γ του Ω :

$$\Gamma=\{k \in \Omega / \text{η } g(x) \text{ παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο } x_0=3\}$$

Να βρείτε την πιθανότητα $P(\Gamma)$.

68. Η κατανομή των 25 μαθητών μιας τάξης ,όσον αφορά το πλήθος των αδελφών τους , είναι η παρακάτω:

Αριθμός Μαθητών	3	9	8	3	1	1
Αριθμός Αδελφών	0	1	2	3	4	5

Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή από τη τάξη. Να βρείτε την πιθανότητα:

α) Η οικογένεια του να έχει τρία παιδιά

- β) Η οικογένεια του να έχει τουλάχιστον δυο παιδιά.
γ) Η οικογένεια του να έχει το πολύ ένα παιδί.

69. Έστω $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ είναι ένας δειγματικός χώρος που αποτελείται από ισοπίθانا ενδεχόμενα. Εκλέγουμε ένα απλό ενδεχόμενο $\lambda \in \Omega$. Αν $f(x) = x^3 - 2\lambda x^2 + \lambda^2 x + 1 + 2\lambda$, να βρείτε την πιθανότητα η γραφική παράσταση της f να έχει στο σημείο της $A(1, \psi_0)$ εφαπτομένη παράλληλη στον άξονα $x'x$.

70. Έστω $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ είναι ένας δειγματικός χώρος που αποτελείται από ισοπίθانا απλά ενδεχόμενα. Εκλέγουμε τυχαία ένα απλό ενδεχόμενο $\lambda \in \Omega$. Να βρείτε την πιθανότητα η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 - 3\lambda x^2 + 6x + \lambda$ να μην έχει τοπικά ακρότατα.

71. Έστω $\Omega = \{1, 2, \dots, 10\}$ δειγματικός χώρος με ισοπίθانا απλά ενδεχόμενα. Θεωρούμε τη συνάρτηση: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + \lambda^2$, όπου $\lambda \in \Omega$ και $x \in R$. Έστω τα ενδεχόμενα x και y όπου,
 $x = \{\lambda \in \Omega / \text{η μέγιστη τιμή της } f \text{ στο διάστημα } [0, 5] \text{ είναι μεγαλύτερη ή ίση } \frac{68}{3}\}$ και
 $y = \{\lambda \in \Omega / \text{η ελάχιστη τιμή της } f \text{ στο διάστημα } [0, 5] \text{ είναι μικρότερη ή ίση του } 4\}$

- α) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα τοπικά ακρότατα στο διάστημα $[0, 5]$
β) Να βρείτε τα ολικά ακρότατα της f στο διάστημα $[0, 5]$
γ) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων x και y
δ) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων $x \cap y$ και $x \cup y$.

72. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 2ax^2 + a^2x - 2$, $x \in R, a \in N^*$.

1. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο $A(1, f(1))$.

2. Αν η παράμετρος a παίρνει τις τιμές που προκύπτουν από τη ρίψη ενός αμερόληπτου ζαριού. Να βρεθούν οι πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

Γ: ' ' η εφαπτομένη της C_f στο σημείο A διέρχεται από την αρχή των αξόνων ' '

Δ: ' ' η εφαπτομένη της C_f στο σημείο A είναι παράλληλη στον $x'x$ ' '

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

1. Ένα τηλεοπτικό παιχνίδι παίζεται με ζεύγη αντιπάλων των δυο φύλων. Στο παιχνίδι συμμετέχουν 3 άντρες: ο Δημήτρης(Δ) , ο Κώστας (Κ) , ο Μιχάλης (Μ) και 2 γυναίκες : η Ειρήνη (Ε) και η Ζωή (Ζ). Επιλέγονται στην τύχη ένας άντρας και μια γυναίκα για να διαγωνιστούν και καταγράφονται τα ονόματά τους.

α) Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος.

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων.

A: Να διαγωνίστηκαν ο Κώστας ή ο Μιχάλης

B: Να διαγωνίστηκε η Ζωή

Γ) Να μη διαγωνίστηκαν ούτε ο Κώστας ούτε ο Δημήτρης.

2. Από τους μαθητές ενός Λυκείου το 25% συμμετέχει στη θεατρική ομάδα, το 30% συμμετέχει στην ομάδα ποδοσφαίρου και το 15% των μαθητών και στις δύο ομάδες. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Αν ονομάσουμε τα ενδεχόμενα :

A: « ο μαθητής να συμμετέχει στη θεατρική ομάδα» και

B: «ο μαθητής να συμμετέχει στην ομάδα ποδοσφαίρου»,

α) να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

i) $A \cup B$ ii) $A \cap B$ iii) $B - A$ iv) A'

β) να υπολογίσετε τις πιθανότητες πραγματοποίησης των ενδεχομένων

i) ο μαθητής που επιλέχθηκε να συμμετέχει μόνο στην ομάδα ποδοσφαίρου.

ii) ο μαθητής που επιλέχθηκε να μη συμμετέχει σε καμία ομάδα.

3. Ένα κουτί περιέχει άσπρες , μαύρες, κόκκινες και πράσινες μπάλες. Οι άσπρες είναι 5, οι μαύρες είναι 9 , ενώ οι κόκκινες και οι πράσινες μαζί είναι 16. Επιλέγουμε μια μπάλα στην τύχη. Δίνονται τα παρακάτω ενδεχόμενα:

A: η μπάλα που επιλέγουμε είναι ΑΣΠΡΗ

K: η μπάλα που επιλέγουμε είναι ΚΟΚΚΙΝΗ

Π: η μπάλα που επιλέγουμε είναι ΠΡΑΣΙΝΗ

α) Χρησιμοποιώντας τα A,K,Π να γράψετε στη γλώσσα των συνόλων τα ενδεχόμενα:

i) η μπάλα που επιλέγουμε δεν είναι άσπρη.

ii) η μπάλα που επιλέγουμε είναι κόκκινη ή πράσινη

β) Να βρείτε την πιθανότητα της πραγματοποίησης καθενός από τα δυο ενδεχόμενα του ερωτήματος (α).

4. Δίνονται τα ενδεχόμενα A,B ενός δειγματικού χώρου Ω και οι πιθανότητες:

$$P(A) = \frac{3}{4} , P(A-B) = \frac{5}{8} \quad \text{και} \quad P(B) = \frac{1}{4}$$

α) Να υπολογίσετε την $P(A \cap B)$

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

β) i) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και να γράψετε στη γλώσσα των συνόλων το ενδεχόμενο «A ή B»

ii) Να υπολογίσετε την πιθανότητα πραγματοποίησης του παραπάνω ενδεχομένου.

5. Δίνεται ο πίνακας:

	1	2	3
1	11	12	13
2	21	22	23
3	31	32	33

Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους εννέα διψήφιους αριθμούς του παραπάνω πίνακα.

Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης των παρακάτω ενδεχομένων:

A: ο διψήφιος να είναι άρτιος

B: ο διψήφιος να είναι άρτιος και πολλαπλάσιο του 3.

Γ: ο διψήφιος να είναι άρτιος ή πολλαπλάσιο του 3.

6. Δίνεται το σύνολο $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ και τα υποσύνολά του .

$A = \{1, 2, 4, 5\}$ και $B = \{2, 4, 6\}$.

α) Να παραστήσετε στο ίδιο γράφημα Venn με βασικό σύνολο Ω , τα σύνολα A και B.

Κατόπιν , να προσδιορίσετε τα σύνολα $A \cup B$, $A \cap B$, A' , B'

β) Επιλέγουμε τυχαία ένα στοιχείο του Ω . Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

i) Να μην πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο A

ii) Να πραγματοποιηθούν συγχρόνως τα ενδεχόμενα A και B.

iii) Να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα A , B.

7. Από τους σπουδαστές ενός Ωδείου , το 50% μαθαίνει πιάνο , το 40% μαθαίνει κιθάρα , ενώ το 10% των σπουδαστών μαθαίνει και τα δύο αυτά όργανα. Επιλέγουμε τυχαία ένα σπουδαστή του Ωδείου. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει πιάνο.

B: ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει κιθάρα

Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης του ενδεχομένου:

α) Ο σπουδαστής αυτός να μαθαίνει ένα τουλάχιστον από τα δύο παραπάνω όργανα.

β) Ο σπουδαστής αυτός να μην μαθαίνει κανένα από τα δύο παραπάνω όργανα.

8. Το 70% των κατοίκων μιας πόλης έχει αυτοκίνητο , το 40% έχει μηχανάκι και το 20% έχει και αυτοκίνητο και μηχανάκι. Επιλέγουμε τυχαία έναν κάτοικο αυτής της πόλης. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο κάτοικος να έχει αυτοκίνητο

M: ο κάτοικος να έχει μηχανάκι

α) να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

i) $A \cup M$ ii) $M - A$ iii) M'

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

β) Να βρείτε την πιθανότητα ο κάτοικος που επιλέχθηκε

i) Να μην έχει μηχανάκι

ii) Να μην έχει ούτε μηχανάκι ούτε αυτοκίνητο.

9. Από τους 180 μαθητές ενός λυκείου, 20 μαθητές συμμετέχουν στη θεατρική, 30 μαθητές συμμετέχουν στην ομάδα στίβου, ενώ 10 μαθητές συμμετέχουν και στις δυο ομάδες. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή του λυκείου. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο μαθητής συμμετέχει στη θεατρική ομάδα.

B: ο μαθητής συμμετέχει στην ομάδα στίβου.

α) να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

i) $A \cup B$ ii) $B - A$ iii) A'

β) Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέχθηκε:

i) Να μη συμμετέχει σε καμία ομάδα

ii) Να συμμετέχει μόνο στην ομάδα στίβου.

10. Ένα λύκειο έχει 400 μαθητές από τους οποίους οι 200 είναι μαθητές της Α τάξης. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα μαθητή, η πιθανότητα να είναι μαθητής της Γ τάξης είναι 20%. Να βρείτε :

α) το πλήθος των μαθητών της Γ τάξης

β) Το πλήθος των μαθητών της Β τάξης

γ) Την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να είναι της Β τάξης.

11. Σε ένα τμήμα της Α Λυκείου κάποιοι μαθητές παρακολουθούν μαθήματα Αγγλικών και κάποιοι Γαλλικών. Η πιθανότητα ένας μαθητής να μην παρακολουθεί Γαλλικά είναι 0,8. Η πιθανότητα ένας μαθητής παρακολουθεί Αγγλικά είναι τετραπλάσιος από την πιθανότητα να παρακολουθεί Γαλλικά. Τέλος, η πιθανότητα ένας μαθητής να παρακολουθεί μαθήματα τουλάχιστον μιας από τις δύο ξένες γλώσσες είναι 0,9.

α) Επιλέγουμε έναν μαθητή στην τύχη.

i) Ποια είναι η πιθανότητα αυτός να παρακολουθεί μαθήματα και των δύο γλωσσών;

ii) Ποια είναι η πιθανότητα αυτός να παρακολουθεί μαθήματα μόνο μιας από τις δύο γλώσσες;

β) Αν 14 μαθητές παρακολουθούν μόνο Αγγλικά, πόσοι είναι οι μαθητές του τμήματος;

12. Η εξέταση σε ένα διαγωνισμό των Μαθηματικών περιλάμβανε δύο θέματα τα οποία έπρεπε να απαντήσουν οι εξεταζόμενοι. Για να βαθμολογηθούν με άριστα έπρεπε να απαντήσουν και στα δύο θέματα, ενώ για να περάσουν την εξέταση έπρεπε να απαντήσουν σε ένα τουλάχιστον από τα δύο θέματα. Στο διαγωνισμό εξετάστηκαν 100 μαθητές. Στο πρώτο θέμα απάντησαν σωστά 60 μαθητές.

Στο δεύτερο θέμα απάντησαν σωστά 50 μαθητές, ενώ και στα δύο θέματα απάντησαν σωστά 30 μαθητές. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή.

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

α) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και με τη χρήση της γλώσσας των συνόλων (ορίζοντας τα κατάλληλα ενδεχόμενα) τα παραπάνω δεδομένα

β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής :

i) Να απάντησε σωστά μόνο στο δεύτερο θέμα.

ii) Να βαθμολογηθεί με άριστα.

iii) Να πέρασει την εξέταση

13. Σε μια ομάδα που αποτελείται από 7 άνδρες και 13 γυναίκες, 4 από τους άνδρες και 2 από τις γυναίκες παίζουν σκάκι. Επιλέγουμε τυχαία ένα από τα άτομα αυτά:

A) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και με τη χρήση της γλώσσας των συνόλων το ενδεχόμενο το άτομο που επιλέχθηκε:

i) να είναι άνδρας ή να παίζει σκάκι.

ii) να μην είναι άνδρας και να παίζει σκάκι.

B) Να υπολογίσετε την πιθανότητα το άτομο που επιλέχθηκε να είναι γυναίκα και να παίζει σκάκι.

14. Οι δράστες μιας κλοπής διέφυγαν με ένα αυτοκίνητο και μετά από την κατάθεση μαρτύρων έγινε γνωστό ότι ο τετραψήφιος αριθμός της πινακίδας του αυτοκινήτου είχε πρώτο και τέταρτο ψηφίο το 2. Το δεύτερο ψηφίο ήταν 6 ή 8 ή 9 και το τρίτο ψηφίο του ήταν 4 ή 7.

α) Με χρήση δενδροδιαγράμματος, να προσδιορίσετε το σύνολο των δυνατών αριθμών της πινακίδας του αυτοκινήτου.

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων

A: το τρίτο ψηφίο της πινακίδας είναι το 7

B: Το δεύτερο ψηφίο του αριθμού είναι το 6 ή το 8.

Γ: το δεύτερο ψηφίο του αριθμού δεν είναι ούτε 8 ούτε 9.

15. Από μια έρευνα μεταξύ μαθητών ενός λυκείου της χώρας, προέκυψε ότι το 80% των μαθητών πίνει γάλα ή τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι στο σπίτι το πρωί.

Επιλέγουμε ένα μαθητή στην τύχη και ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο μαθητής πίνει γάλα

B: ο μαθητής τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι.

Αν από το σύνολο των μαθητών το 60% πίνει γάλα και το 45% τρώει δύο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι,

α) να ορίσετε με τη γλώσσα των συνόλων τα ενδεχόμενα:

i) ο μαθητής ούτε να πίνει γάλα ούτε να τρώει δύο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι.

ii) ο μαθητής να πίνει γάλα και να τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι.

iii) ο μαθητής να πίνει μόνο γάλα.

B) Να υπολογίσετε την πιθανότητα πραγματοποίησης των ενδεχομένων του α) ερωτήματος.

16. Μια ημέρα, στο τμήμα Α1 ενός λυκείου το $\frac{1}{4}$ των μαθητών δεν έχει διαβάσει ούτε Άλγεβρα ούτε Γεωμετρία, ενώ το $\frac{1}{3}$ των μαθητών έχει διαβάσει και τα δύο αυτά μαθήματα. Η καθηγήτρια των μαθηματικών επιλέγει τυχαία ένα μαθητή για να τον εξετάσει. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

- A: ο μαθητής να έχει διαβάσει Άλγεβρα
- B: ο μαθητής να έχει διαβάσει Γεωμετρία
- α) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και με χρήση της γλώσσας των συνόλων τα δεδομένα του προβλήματος.
- β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής:
 - i) να έχει διαβάσει ένα τουλάχιστον από τα δυο μαθήματα
 - ii) να έχει διαβάσει ένα μόνο από τα δυο μαθήματα
- γ) Αν γνωρίζουμε επιπλέον ότι οι μισοί μαθητές έχουν διαβάσει Γεωμετρία, να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής:
 - i) να έχει διαβάσει Γεωμετρία
 - ii) να έχει διαβάσει Άλγεβρα.