ΡΙΖΕΣ

1.Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

$a) 2\cdot\sqrt{10}\cdot 4\cdot\sqrt{15}$ 　 β) $\dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

$\gamma)\dfrac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{18}+\sqrt{2}}$ 　 δ) $\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-3\cdot\sqrt{2}\right)$

2.Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

$A=\sqrt{25-4\sqrt{11+\sqrt{25}}}$ 　 $B=\sqrt{2\sqrt{8\sqrt{4}}}$

$\Gamma=\sqrt{3-\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3+\sqrt{2}}$ 　 $\Delta=\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}}$

3.Να αποδείξετε ότι:

$$\sqrt{\frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^2}{3}}+\sqrt{\frac{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}{3}}=2$$

4.Αν α>0 και β>0 να απλοποιηθούν οι παραστάσεις

$\alpha)\left(\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta^{-1}}\right)^{-2}\cdot\alpha\cdot\beta^2$

$\beta)\sqrt{\dfrac{\alpha\sqrt{\beta^{-4}}}{\beta\sqrt{\alpha^{-2}}}}$

5.Να υπολογίσετε τις ρίζες

$\sqrt{1}=$

$\sqrt{121}=$

$\sqrt{12321}=$

$\sqrt{123454321}=$

$\sqrt{12345678987654321}=$

6.Να βρεθεί η πλευρά τετραγώνου που έχει εμβαδό ίσο με το εμβαδό κύκλου ακτίνας r=10cm.

<u>Ο τετραγωνισμός του κύκλου</u>

Ο τετραγωνισμός του κύκλου είναι ένα από τα τρία άλυτα προβλήματα της αρχαιότητας. Στα τέλη του $5^{ου}$ αιώνα π.χ ήταν πολύ δημοφιλές ζήτημα στην Αθήνα , αφού ήταν συνώνυμο του ακατόρθωτο. Το πρόβλημα έγκειται στην κατασκευή με κανόνα και διαβήτη της πλευράς ενός τετραγώνου που το εμβαδό του να είναι ίσο με το εμβαδό κύκλου γνωστής ακτίνας. Η κατασκευή αυτή , όπως αποδείχτηκε , μόλις το 1882 μ.χ , είναι αδύνατη με κανόνα και διαβήτη.Σ'αυτό βοήθησαν αλγεβρικές έννοιες που ήταν άγνωστες στους αρχαίους Έλληνες .Όπως σημειώνει ο Dirk Struik στη Συνοπτική Ιστορία των Μαθηματικών : «Παλαιότεροι και σύγχρονοι μαθηματικοί έχουν επισημάνει τη σύνδεση αυτών των ελληνικών (άλυτων) προβλημάτων και της σύγχρονης θεωρίας των εξισώσεων , σχετικά με θέματα που αναφέρονται σε ρητές αναλύσεις , σε αλγεβρικούς αριθμούς και στη θεωρία ομάδων»

Αν χ η πλευρά του τετραγώνου και r η ακτίνα του κύκλου τότε $x^2=\pi\cdot r^2, x=r\sqrt{\pi}$. Ο Lindemann απέδειξε ότι ο π δεν είναι αλγεβρικός* αλλά υπερβατικός αριθμός, δηλαδή δεν μπορεί να είναι ρίζα πολυωνυμικής εξίσωσης με ακέραιους συντελεστές . Επομένως ότι είναι αδύνατη η κατασκευή με κανόνα και διαβήτη ενός ευθύγραμμου τμήματος μήκους π.

(*Όταν ένας αριθμός είναι ρίζα πολυωνυμικής εξίσωσης με ακεραίους συντελεστές ονομάζεται αλγεβρικός αριθμός. Π.χ $\sqrt{2}$ είναι ρίζα της $x^2-2=0$