

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα

$$\begin{array}{llll} \text{i)} (\mu + \nu)^2 & \text{ii)} (\lambda + 1)^2 & \text{iii)} (2\alpha + 3)^2 & \text{iv)} (2x + 3y)^2 \\ \text{v)} \left(2x + \frac{1}{2x}\right)^2 & \text{vi)} \left(\frac{4}{5}x + 5y\right)^2 & \text{viii)} \left(x^2 + \frac{1}{2}y^3\right)^2 & \end{array}$$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα

$$\begin{array}{llll} \text{i)} (\kappa - \lambda)^2 & \text{ii)} (R - 1)^2 & \text{iii)} (5 - 2x)^2 & \text{iv)} (4\alpha - 2\beta)^2 \\ \text{v)} \left(\beta - \frac{1}{\beta}\right)^2 & \text{vi)} \left(2\gamma - \frac{1}{2\gamma}\right)^2 & \text{vii)} \left(\frac{2}{3}x - 3y\right)^2 & \text{viii)} \left(\alpha^2 - \frac{1}{4}\beta^4\right)^2 \end{array}$$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα

$$\text{i)} (-x - 2)^2 \quad \text{ii)} \left(-\frac{1}{2}x - y\right)^2 \quad \text{iii)} (-\alpha^2 + \alpha\beta)^2$$

4. Να βρείτε τα αναπτύγματα

$$\begin{array}{lll} \text{i)} (t + 1)(t - 1) & \text{ii)} (x + 3)(x - 3) & \text{iii)} (2\alpha - 3\beta)(2\alpha + 3\beta) \\ \text{iv)} \left(7\kappa^2 + \frac{1}{4}\lambda^3\right) \left(7\kappa^2 - \frac{1}{4}\lambda^3\right) & \text{v)} (-x + 3y)(x + 3y) & \end{array}$$

5. Να κάνετε τις πράξεις

$$\begin{array}{lll} \text{i)} (a + 4)^2 - a^2 - 16 & \text{ii)} (x + 3)(x - 3) + 9 & \text{iii)} (1 - x)(1 + x) + x^2 \\ \text{iv)} (2x + 4)^2 - 4x^2 - 16x & \text{v)} (2\alpha + 1)(2\alpha - 1) - \alpha^2 + 1 & \end{array}$$

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

6. Να κάνετε τις πράξεις

$$\begin{aligned} & i) (x-3)^2 - 6x(x+1) \quad ii) 3x(x+2) - (x-3)^2 \quad iii) (x+y)^2 - (x-y)^2 \\ & iv) (4x+3y)^2 - (3x-4y)^2 \quad v) (\alpha-\beta)(\alpha+\beta) - (\alpha-2\beta)(\alpha+2\beta) \end{aligned}$$

7. Να κάνετε τις πράξεις

$$\begin{aligned} & i) (\kappa+2\lambda)^2 - (8\kappa-3\lambda)(8\kappa+3\lambda) - (7\lambda-\kappa)^2 \\ & ii) (9y+1)^2 - (2y+7)(2y-7) - (3-12a)^2 \end{aligned}$$

8. Να αποδείξετε ότι

$$\begin{aligned} & i) a^2 + (2a+5)^2 = (a+4)^2 + (2a+3)^2 \\ & ii) (a^2 + \beta^2)(\chi^2 + y^2) - (ax + \beta y)^2 = (ay - \beta x)^2 \\ & iii) (a + \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2 = 2(\alpha^2 + \beta^2) \\ & iv) (x^2 + 1)(a^2 + 9) - (ax - 3)^2 = (3x + a)^2 \end{aligned}$$

9. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

$$\begin{aligned} \alpha) (2 + \dots)^2 &= \dots + \dots + 25x^2 & \beta) (\dots + \dots)^2 &= \alpha^2 + \dots + 9 \\ \gamma) (\alpha^2 - \dots)^2 &= \dots - 4\alpha^3x + \dots & \delta) (x^2 + \dots)^2 &= \dots + \dots + 9 \\ \varepsilon) (\dots - \dots)^2 &= 9x^2 - \dots + 1 & \sigma\tau) (3\alpha^2 - \dots)^2 &= \dots - 6\alpha^2x + \dots \\ \zeta) (\alpha - \dots)(1 + \dots) &= \alpha^2 - 1 & \eta) (3x - \dots)(3x + \dots) &= \dots - 16y^2 \\ \theta) \left(\frac{2}{3}\alpha x + \dots\right)^2 &= \dots + \frac{1}{4} + \dots & \upsilon) (\dots + \dots)^2 &= x^2 + 4xy + \dots \end{aligned}$$

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

10. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) 2(x+3)^2 - 3(x-2)^2 - (x-1)(1-x)$$

$$\beta) (ax-2a^2)^2 + (2a^3+x)^2 - (ax+2)(ax-2)$$

$$\gamma) 3(2x^2-1)(2x^2+1) - (x^2+2)^2 + x^2 + 1$$

$$\delta) 2(x^2+a^2)^2 - 3(x^2-a^2)^2 - (x+a)(a-x)(x^2+a^2)$$

$$\epsilon) (3x^2-4)^2 - (2x-5)^2 + (2-x)(2+x)(x^2+4)$$

$$\sigma\tau) (2\alpha-3)^2 + (2\alpha+3)^2 - (4\alpha-6)(2\alpha+3)$$

$$\zeta) (2\sqrt{3}x + \sqrt{2}a)^2 + (\sqrt{6}x - 2a)^2 - 6(3x^2 + a^2)$$

$$\eta) a(a-1)^2 - (1-a)^3 - 2a(a-1)(1+a)$$

$$\iota) (2x-y)^2(x-y) - (x+y)^2(2x-y) + (x+2y)^2(x-y)$$

11. Να αποδείξετε τις σχέσεις

$$\alpha) x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

$$\beta) x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$\gamma) (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 = x^4 + y^4$$

$$\delta) x^2 + (2x+5)^2 = (x+4)^2 + (x+3)^2$$

$$\epsilon) (x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2 = (x^2 + y^2)^2$$

$$\sigma\tau) (x+2y)^2 - (2x+y)^2 = 3(y-x)(x+y)$$

$$\zeta) \frac{(x+y)^2}{2} - \frac{(x-y)^2}{2} = 2xy$$

$$\eta) (x-3y)^2 - (y-3x)^2 + 8(x-y)(x+y) = 0$$

$$\theta) 2(2x-1)^3 - (x-2)(4x+1)^2 = 27x$$

$$\iota) \frac{(x+2)^3}{4} - \frac{(x-2)^3}{4} = 3x^2 + 4$$

12. Δίνονται οι παραστάσεις $A = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ και

$$B = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2.$$

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

α) Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των A και B.

β) Να δείξετε ότι $A \cdot B = 1$

13. Αν $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ και $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $x^2 - 5xy + y^2$

14. Αν $x + y = 7$ και $x \cdot y = 3$ να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων

$$A = x^2 + y^2 \quad B = x^3 + y^3$$

15. Αν $x + \frac{1}{x} = 4$ να υπολογίσετε τις αριθμητικές

τιμές των παραστάσεων $A = x^2 + \frac{1}{x^2}$ $B = x^3 + \frac{1}{x^3}$

16. Αν $x - \frac{1}{x} = 4$ να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές

των παραστάσεων $A = x^2 + \frac{1}{x^2}$ $B = x^3 - \frac{1}{x^3}$

17. Αν $2(x^2 + y^2) = (x + y)^2$ να δείξετε ότι $x = y$.

18. Αν $(x + y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 4$ να δείξετε ότι $x = y$.

19. Αν $x + y + z = 0$ να δείξετε ότι $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

20. Να βρεθούν οι τιμές των x, y από τις παρακάτω ισότητες

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 12y - 14x + 85 = 0$$

21. Αν $\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = 6$ να αποδείξετε ότι $x^3 + \frac{8}{x^3} = 0$