ΠΡΑΞΕΙΣ ΣΤΟ R- ΔΥΝΑΜΕΙΣ

1.Να υπολογίσετε τις επόμενες παραστάσεις:

$A=\dfrac{(-2)-(-3)(-4)}{(-3)-(-4):(-2)}$ $\qquad$ $B=\left(1-\dfrac{2}{3}\right)\left(\dfrac{3}{2}-1\right)-3\left(-\dfrac{7}{3}\right)-\dfrac{1}{2}:(+3)$

$\Gamma=\dfrac{5}{6}:\left(\dfrac{7}{2}-2\right)-\dfrac{1}{2}\left(-3+\dfrac{1}{2}\right)+\left(-\dfrac{7}{6}\right):(-6)$ $\qquad$ $\Delta=1-3\left[5-(-2)(-3)-\dfrac{1}{2}\right]:\left(\dfrac{5}{2}-2\right)$

2.Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A=\dfrac{\dfrac{5}{4}\cdot\dfrac{3}{2}+\dfrac{9}{8}-\dfrac{1}{4}:\dfrac{1}{2}}{5-\dfrac{3}{2}:\dfrac{2}{5}}$

3.Να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$A=10xy-5\left[-4x-y(-4-2x)\right]$ για x=2,33 και y=-7,77

4. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων αν :

$a)A=3a-(a-2\beta)$, όταν α+β=3

β)$B=2(\alpha-\beta)-3(2\alpha+\beta)+\beta$, όταν α+β=-3

γ)$\Gamma=7-\left[-\alpha-(\beta+3)\right]-\left[2+(y-x)\right]$, όταν α+β=-5 και x-y=1

$\delta)\Delta=-x-a+y+\beta-\gamma$, όταν x-y=4 και α-β+γ=-2

ε)$E=-3(\alpha+\beta+\gamma)-4(\beta-\alpha-\gamma)+2(3\alpha-4\gamma)$, όταν α-β-γ=-1

5.Να γίνουν οι πράξεις:

$i)2\left[-2x+x(3-y)+2y\right]-4\left[2y(x+1)-x(y-1)\right]$

$ii)3\left[2x(2-3y)-3x(2-y)\right]-2\left[y(x-3)-2x(3y-2)\right]$

$iii)2\left[-2x+x(3-y)+2y-2y(x+1)-x(y-1)\right]$

6.Να γίνουν οι πράξεις :

$\alpha)3(\alpha-\beta)-2(\alpha+\beta)+3(2\alpha+\beta)-2(\alpha-2\beta)$

$\beta)-6-6\left[4-5\left[-3-4\left[2-3(x+1)\right]\right]\right]$

7.Αν $a=-\dfrac{1}{2}$ και β=0,001 να υπολογίσετε την παράσταση :

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$3(2\alpha-3\beta)-4[-3\alpha+2(\alpha+2\beta-1)]$

8. Αν είναι $x=8,61$ και y=6,41 να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης:

$A=4\{x+[2-y(x+1)]\}+2(2xy-1)$

9. Να κάνετε τις πράξεις:

$A=5+\dfrac{1}{4+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{2}}}$ $\qquad$ $B=\dfrac{1+\dfrac{1}{3}}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{3}}}$

10. Να δείξετε ότι οι παραστάσεις

$A=3-8x\left(\dfrac{x}{2}-5\right)$ και $B=2\left[4x+2(8x-x^2)-\dfrac{3}{2}\right]$ είναι αντίθετες.

11. Αν $xy(2y-x)\neq 0$, να δείξετε ότι η παράσταση :

$A=\dfrac{1}{1-\dfrac{x}{2y}}+\dfrac{1}{1-\dfrac{2y}{x}}$

είναι ανεξάρτητη των x,y.

12.Να βρείτε το αντίθετο και τον αντίστροφο των παρακάτω αριθμών:

$\alpha)\ x=-\left(-\dfrac{1}{4}+3\right)-\left[2-\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2}\right)\right]$

$\beta)\ y=\dfrac{1}{2}-\left[-\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{3}\right)-2\right]-\left(2\dfrac{1}{2}-1\dfrac{1}{3}\right)$

$\gamma)\ z=\left(-1+\dfrac{3}{2}-\dfrac{5}{3}\right)\left(-2+\dfrac{1}{2}\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{9}{4}\right)$

13. Να προσδιοριστεί ο x ώστε ο αριθμός $\dfrac{2x+1}{2x+3}$ να είναι ίσος με τον αντίστροφό του.

14. Αν οι αριθμοί μ,ν είναι αντίθετοι και ισχύει : 2μ+3ν-κ-(λ-1)=1-μ να αποδείξετε ότι και οι αριθμοί κ,λ είναι αντίθετοι.

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

15.Να δείξετε ότι οι αριθμοί x=α+2β-(3γ+δ) και y=-(α+2β)+3γ+δ είναι αντίθετοι.

16.Αν οι αριθμοί α,β είναι αντίθετοι και οι x,y αντίστροφοι , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A=a-(5-\beta)-x\cdot(3-y)+3x$

17. Αν οι αριθμοί α , β είναι αντίθετοι , να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A=\frac{-3(1-a)-2(a+\beta)-(1-3\beta)}{2-\left[\beta(1-\alpha)-\alpha(-1-\beta)\right]}$

18. Αν οι αριθμοί $x-\frac{1}{2}, y-2$ είναι αντίστροφοι,να αποδείξετε ότι :

$i)4x-2xy=-y$

$ii)$Οι αριθμοί κ=$\frac{x}{2}-\frac{y}{4}$, λ=$\frac{1}{2}x(1-y)+\frac{y}{2}$ είναι αντίθετοι.

19.Αν $x+y=-\frac{1}{2}$ να βρείτε τις τιμές των επόμενων παραστάσεων :

$\alpha)\mathrm{A}=-5(-4x-2y)-2(2x-3y)$

$\beta)\mathrm{B}=-x(y+2)-\left[x(-y-3)-(-y-2x)\right]$

20.Αν οι αριθμοί α και β είναι αντίθετοι , να βρείτε την τιμή της παράστασης: $\mathrm{A}=2(\alpha-3\beta)-5\left[\beta(\alpha-1)-1\right]-\alpha(3-5\beta)$

21. Αν οι αριθμοί α, β είναι αντίθετοι και οι αριθμοί γ, δ είναι αντίστροφοι , να βρείτε την τιμή της παράστασης :

$\mathrm{A}=\delta-\left[-\alpha-(\beta+3)\right]-\delta(\gamma+1)$

22. Ισχύει $\frac{x}{a}=\frac{y}{\beta}=4$ και α+β=503

Α)Να βρείτε το άθροισμα x+y

Β)Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$$\text{Α}=\frac{2012-\left[6-10x+2\left(4x-y-3\right)\right]}{-3\left(x-\omega\right)-3\left(y+\omega\right)}$$

23.Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

$$A=2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3-3\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(-2\right)^{-1}+\left(-1\right)^{2012}$$

$$B=8-3\cdot 2^3-\left(-1\right)^7\left[(2^6:4+3^3:3):5-3^2\right]$$

24. Να βρείτε την τιμή της παράστασης :

$$A=8-3\cdot 2^3-\left(-1\right)^7\cdot\left[\left(2^6:4+3^3:3\right):5-3^2\right]$$

25.Αν ισχύει $y^2x=-3$, να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

$$A=\left[\left(x^2y^{-4}\right)^3\left(y^{-2}\right)^{-5}\right]^2:\left(y^{-3}x^2\right)^4$$

$$B=\frac{\left(xy^{-1}\right)^2\left(x^{-1}y^2\right)^4\left(xy^{-2}\right)}{x^{-1}y\left(x^2y^{-1}\right)^3x^{-2}y}:\left(x^2y^{-9}\right)^{-1}$$

26. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

$$A=\left(-2\right)^4\cdot 3-\left(-2\right)^4+\left(-5\right)^2+\left[4-\left(-1\right)\right]^2-\left(-3\right)^4$$

$$B=\frac{\left(-1\right)^7+\left(-3\right)^3}{\left(-5\right)}-\frac{\left(-1\right)^{18}+\left(-2\right)^3+\left(-1\right)^{19}}{-\left(-2\right)^6:\left(-4\right)^2}+\left[\left(-2\right)^3+1\right]:\left(-5\right)$$

$$\Gamma=\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^4\cdot\left(-\frac{9}{4}\right)^{-4}\left(-2^{-1}\right)^{-2}$$

$$\Delta=\left[\frac{\left(-1\right)^{10}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}}{2\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}+2^{-1}}\right]+\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}\cdot\frac{5}{\left(-3\right)^2}$$

27.Να γίνουν οι πράξεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$\alpha)\left(\frac{1+(-2)^2}{2}-\frac{1^{-1}-(-2)^2}{4}\right):\frac{1^3-(-2)^2+1}{1\cdot(-2)}$

$\beta)(-16)^{80}\cdot(-0,5)^{20}$

$\gamma)(-4)^{60}\cdot(-0,125)^{40}$

$\delta)(1,5)^{20}\cdot 27^6\cdot(-8)^6+12^{100}\cdot 1,5^{50}\cdot 6^{-149}$

28. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$A=\left(-\frac{5}{4}\right)^{10}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{-5}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{-3}$

$\Gamma=\frac{\left(5^{-3}\right)^{-4}5^{-11}}{5^5\left(5^{-2}\right)^{-4}5^{-12}}$

$B=\frac{4^3\left(4^{-5}\right)^{-2}}{(-4)^2\,4^{11}}$

$\Delta=\frac{6^{-2}}{36^{-2}}-\frac{15^{-5}}{30^{-5}}-\frac{6^{-3}}{12^{-3}}$

29. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$A=\frac{18^{10}\cdot 10^{15}\cdot 22^{16}}{55^5\cdot 33^{11}\cdot 15^{10}\cdot 4^{20}}$

$B=\frac{527\cdot 10^{12}-3,27\cdot 10^{14}}{5\cdot 10^{12}+4,5\cdot 10^{13}}$

30.Να κάνετε τις πράξεις:

$A=\left[\left(\frac{a}{\beta^2}\right)^2\left(\frac{\beta}{\alpha^2}\right)^2\right]:(\alpha\beta)^{-2}$

$\mathrm{B}=\frac{\left(x^{-2}y^3z^{-2}\right)^{-3}}{\left(x^2y^{-3}z^2\right)^3}\cdot\frac{\left(x^{-3}y^2z^{-3}\right)^4}{\left(x^3y^{-2}z^3\right)^{-4}}$

$\Gamma=\left(\frac{x^6x^{-2}}{x^3}\right)^2\cdot\frac{x^3:x^{-2}}{x^5}$

$\Delta=\frac{\left(x^{-3}y\right)^2\left(x^{-2}\right)^{-3}}{y^{-2}\left(y^2x\right)^3}:\frac{x^4y:x}{y^5x^4}$

31.Αν $\alpha,x,y\neq 0$, να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$$\alpha)\ \frac{\left(\frac{\alpha^{10}}{\alpha^{7}}\right)^{5}:\left(\frac{\alpha^{-3}}{\alpha^{-1}}\right)^{-7}}{\left[\left(\frac{1}{\alpha^{3}}\right)^{4}\left(\alpha^{5}\right)^{2}\right]^{-3}\left(\alpha^{4}\right)^{-2}} \qquad \beta)\ \frac{\left(\frac{y^{3}}{x^{2}}\right)^{4}:\left[\left(\frac{y^{-5}}{x^{-4}}\right)^{3}\left(x^{-1}y^{3}\right)^{-5}\right]}{\left[\left(\frac{y^{2}}{x^{3}}\right)^{=4}\left(\frac{y}{x^{3}}\right)^{3}\right]^{-9}}$$

32.Για $x=9$ και $y=\frac{1}{27}$ να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$K=\frac{\left(x^{-3}y^{-2}\right)^{4}:\left(x^{7}y^{5}\right)^{-2}}{\left(x^{-2}y^{-1}\right)^{2}}$$

33. Αν $x=\frac{1}{13}$ να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A=\left[\frac{\left(x^{5}:x^{3}\right)^{4}}{\left(x^{-9}:x^{-11}\right)^{3}}\right]^{-2}:\frac{\left(x^{-3}\right)^{-2}\left(x^{-2}\right)^{4}}{\left(x^{3}\right)^{3}\left(x^{8}\right)^{-1}}$$

34.Να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A=\left[\left(x^{3}y^{4}\right)^{-2}\cdot\left(x^{2}y^{4}\right)^{3}\right]:\left(x^{2}:y^{-1}\right)^{-4} \quad \text{για} \quad x=35 \quad \text{και} \quad y=\frac{1}{35}$$

35.Να βρεθούν οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων για x=2 και y=-1

$$A=x^{4}\left(x^{2}y^{3}\right)^{2}:\left(x^{-3}:y\right)^{-2}$$

$$B=\left[\left(x^{2}y^{-1}\right)^{3}:\left(x^{-3}y^{5}\right)^{-1}\right]^{2}$$

36. Δίνονται οι μη μηδενικοί πραγματικοί αριθμοί α και β , με

$a\neq\beta$ για τους οποίους ισχύει : $\frac{\alpha^{2}+1}{\beta^{2}+1}=\frac{\alpha}{\beta}$

Α) Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι.

Β)Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $K=\frac{a^{22}\left(\beta^{3}\right)^{8}}{\alpha^{-2}\left(\alpha\beta\right)^{25}}$

37. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$A=\frac{6a^7\beta^4}{2\alpha^5\beta^5}$ B=$15xy^3(3xy)^{-3}$ Γ=$3\alpha^3\beta^4\gamma^7\frac{2}{3}\alpha^2\beta^{-3}\gamma^{-4}$

$\Delta=\left(\frac{2\alpha^2}{3\beta}\right)^3\left(\frac{9\beta}{4\alpha^4}\right)^2$ E=$\left(\frac{x}{y}:\frac{2x}{3y^3}\right)\cdot\left(\frac{2x}{y}\right)^2$

38.Αν οι αριθμοί x,y είναι αντίστροφοι, να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A=\frac{(x^2y)^{-1}(xy^{-2})^3}{(y^{-1})^7:(-y)}$

39.Αν α, β αντίστροφοι , να αποδείξετε ότι:

$$\left[(\alpha^{-7}\cdot\beta^3):(\alpha\beta)^4\right]\cdot\frac{(\alpha\beta)^{-2}}{(\alpha^{18})^0\cdot(\beta^{-2}\cdot\alpha)^{-1}\cdot\beta^7}=1$$

40. Αν οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι , να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A=\frac{a^{-43}(a^2\beta^{-5})^3}{(\alpha^{-3}\beta^5)^2}\cdot\left[\frac{(\alpha\beta)^2}{\alpha^2\beta^4}\right]^3$$

$$B=\frac{\alpha^{-3}\beta(\alpha^2\beta)^2}{(\alpha\beta^{-2})^2\alpha^{-5}\beta^3}$$

$$\Gamma=\left[\left(\frac{\beta^2}{\alpha^{-1}}\right)^2\cdot\frac{\alpha}{\beta^3}\right]:\left[\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^3\right]$$

41. Αν οι αριθμοί x,y είναι αντίστροφοι να βρεις τις τιμές των παραστάσεων :

$$A=(x^{-2}y)^3\cdot(x^2y^{-1})^2\cdot 2x^3$$

$$B=\frac{x^{-2}:(-2y^4)}{(y^{-1}x)^{-3}\cdot(y^{-2})^4}$$

42.Αν οι αριθμοί x , y είναι αντίστροφοι , να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$\alpha)\mathrm{A}=\left(x^2y^{-3}\right)^4\cdot\left(x^{-1}y^5\right)^3\cdot x^7\cdot\left(y^3\right)^3$

$\beta)\mathrm{B}=\dfrac{\left[\left(x^3y^2\right)^3\right]^{-2}}{\left[x^{-1}y\right]^3}$

43. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$\mathrm{A}=\dfrac{\alpha^{-12}\cdot\beta^4\cdot\left(\alpha^2\beta^{-5}\right)^3}{\alpha^{-5}\left(\alpha^{-3}\cdot\beta^5\right)^{-2}}\cdot\left[\dfrac{(\alpha\beta)^2}{\alpha^2\beta^4}\right]^3$ για $\alpha=2017$ και $\beta=\dfrac{1}{2017}$

44.Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$A=x^2\left(x^2y^3\right)^2\left(x^{-1}\right)^{-3}$, όταν $x^3y^2=-2$

$B=\left[x^2\left(xy^2\right)^3\right]^3:\left[\left(x^{-2}y^{-3}\right)^{-2}\right]^3$,όταν $x=-3$

45.Δίνονται οι αριθμοί

$x=\dfrac{6^7\cdot2^{-5}}{3^6}$ $\quad$ $y=\dfrac{\left(x^3\right)^2\cdot\left(x^{-1}\right)^4}{\left(x^5\right)^{-3}:\left(x^{-4}\right)^5}:\left[\dfrac{\left(x^2:x^{-3}\right)^2}{\left(x^{-3}\right)^{-3}}\right]^{-2}$

Α)Να αποδείξετε ότι $x=12$ και $y=\dfrac{1}{12}$

Β)Να βρείτε την τιμή της παράστασης : $\mathrm{A}=\left[\left(x^4\cdot y^6\right)^{-2}\cdot\left(x^2y^6\right)^4\right]:\left(\dfrac{x^6}{y^{-2}}\right)^{-3}$

46. Δίνονται οι παραστάσεις :

$\mathrm{A}=\dfrac{15\cdot2^{2x}-4^{x+2}}{2^{2x+1}-4^x}$ $\quad$ $\mathrm{B}=\dfrac{3^{2x+2}-8\cdot9^x}{54\cdot3^{2x-3}}$

Α)Να αποδείξετε ότι οι τιμές των Α και Β είναι ανεξάρτητες του x.

Β)Για τις τιμές των Α και Β που βρήκατε , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $\Gamma=\mathrm{A}^{2011}:\left[\left(\mathrm{B}^{-1}\right)^2\right]^{-3}$

47. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$A=\dfrac{\alpha\beta^{-2}\left(\alpha^{-1}\beta^{2}\right)^{4}\left(\alpha\beta^{-1}\right)^{2}}{\alpha^{-2}\beta\left(\alpha^{2}\beta^{-1}\right)^{3}\alpha^{-1}\beta}$, όταν $\alpha=10^{-3}$ και $\beta=10^{-2}$

$B=\left[(x^{2}y^{3})^{-2}\left(xy^{3}\right)^{4}\right]:\left(x^{3}:y^{-1}\right)^{-3}$, όταν $x=2020$ και $y=\dfrac{1}{2020}$

48. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A=\frac{25^{5}\cdot 15^{10}\cdot 12^{15}\cdot 14^{20}}{6^{25}\cdot 32^{5}\cdot 35^{20}}$$

49.Να δειχθεί ότι η τιμή της παράστασης $A=\dfrac{\left(x^{2}-10x+25\right)^{3}\left(x+5\right)^{3}}{\left(5-x\right)^{3}\left(25-x^{2}\right)^{3}}$

είναι ανεξάρτητη της μεταβλητής $x\left(x\neq 5,-5\right)$

50.Αν $\dfrac{x}{y}=3$, να βρεθούν οι τιμές των παρακάτω παραστάσεων

$i)\dfrac{5x-3y}{4x+7y}$ $\quad$ $ii)\dfrac{2xy-y^{2}}{x^{2}+y^{2}}$

51.Αν $\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{4}$ να υπολογίσετε την τιμή των κλασμάτων :

$A=\dfrac{2x+y}{x+y}$ $\quad$ $B=\dfrac{32x^{2}+4xy+y^{2}}{16x^{2}+8xy+2y^{2}}$

52. Αν $\dfrac{x}{y}=\dfrac{a}{4+a}$ να δείξετε ότι : $\dfrac{x^{2}-xy+y^{2}}{a^{2}+4a+16}=\dfrac{x^{2}}{a^{2}}$

53.Αν $\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\gamma}{\delta}$ $\beta\delta\neq 0$ τότε να δείξετε ότι : $\dfrac{3a-\gamma}{3\beta-\delta}=\dfrac{\alpha}{\beta}$

54.Αν $\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\gamma}{\delta}$ $\beta\delta\neq 0$ και $\beta+\delta\neq 0$ να δείξετε ότι $\dfrac{a\gamma}{\beta\delta}=\left(\dfrac{\alpha+\gamma}{\beta+\delta}\right)^{2}$

55.Αν $\dfrac{a}{x}=\dfrac{\beta}{y}=\dfrac{\gamma}{\omega}$ με $x\cdot y\cdot\omega\neq 0$ να δείξετε ότι :

$$\left(x^{2}+y^{2}+\omega^{2}\right)\cdot\left(\alpha^{2}+\beta^{2}+\gamma^{2}\right)=\left(\alpha x+\beta y+\gamma\omega\right)^{2}$$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

56.Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(2a-\beta)(2\alpha+\beta)-(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2=2\alpha^2-3\beta^2$$

57. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(x-1)^3+(2x)^2=x(x+1)^2-(x-1)^2$$

58.Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$\alpha)(-\alpha-\beta)^2$ β)$(-2x^3-y^2)^2$

$\gamma)(-x+y)^2$ δ)$(-\alpha^2\beta+\beta^4)^2$

$\varepsilon)(-\gamma-\delta)^3$ στ)$(-2x-y^2)^3$

$\zeta)(-3+\alpha)^3$ η)$\left(-3x^2+\frac{1}{3}x\right)^3$

$\theta)(-\alpha-\beta)(\alpha-\beta)$ ι)$(3\gamma-5\delta)(-5\delta-3\gamma)$

59. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A=(x+1)^2+(x-1)^2-2(x^2+1)$$
$$B=(2x+1)^2-(2x-1)^2+2(1-4x)$$
$$\Gamma=(x+2)^3+(x-2)^3-x(12+x^2)$$
$$\Delta=(x-2y)^2-(3x+y)^2-2(x-3y)(2x+y)-3(3y^2-4x^2)$$
$$E=(\alpha+\beta+\gamma)^2-(\alpha-\beta-\gamma)^2-(\alpha+\beta-\gamma)^2-(\alpha-\beta+\gamma)^2$$

60. Να γίνουν οι πράξεις:

$\alpha)(x-3)^2\cdot(x+3)^2$ β)$(-8x+5)^2-(8x-7)^2$

61. Να συμπληρώσετε τα κενά:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$(3x+.....)^2 = ...+.....+16$

$(2x^2-.....)^2 = ...-8x^2+.....$

$(3-.....)^2 = ...-12x+.....$

$(.....+.....)^2 = 4x^2+8x+.....$

$(3x+.....)^2 = ...+6xy+.....$

$(.....+.....)^2 = 9a^2+12a\beta+.....$

$(x+.....)^2 = ...+\frac{3}{2}x+.....$

62. Να συμπληρώσετε τα κενά:

$x^3+12x^2+.....+.....=(.....+.....)^3$

$27y^3+27y^2+.....+.....=(.....+.....)^3$

$8x^3-12x^2+.....-.....=(.....-.....)^3$

$.....-.....+.....-8=\left(\frac{1}{2}y\cdots.....\right)^3$

$(2\alpha+1)(.....-.....+.....)=.....$

$(3\alpha+.....)(.....-12\alpha\beta+.....)=.....$

$(.....+.....)(9x^2-.....+4y^2)=.....$

63. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

$(x+3)^2-(x-3)^2=12x$

$x^2+(2x+5)^2=(x+4)^2+(2x+3)^2$

$(x-2)^2+2=2(x-1)^2-(x-2)(x+2)$

$(x+2)^3-6(x+1)^2=x^3+2$

$(x^3+1)^2-(-x^2-1)^3=(2x)^3-3x^2(x+1)^2$

64. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$\alpha)(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$

$\beta)(3\alpha+1)^2-(9\alpha^2+1)=6\alpha$

$\gamma)(x+3)^2-(x-3)^2=12x$

$\delta)\alpha^2+(2\alpha+5)^2=(\alpha+4)^2+(2\alpha+3)^2$

65. Αν ισχύει α-β=3 , να δείξετε ότι : $3\alpha-\beta^2-3\beta+2\alpha\beta=\alpha^2$

66. Να δείξετε ότι: $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=4$, $x\neq 0$.

67.Να δειχτούν οι ισότητες:

$\alpha)\left(\frac{\alpha+\beta}{5}\right)^2-\left(\frac{\alpha-\beta}{5}\right)^2=\frac{4}{25}\alpha\beta$

β)$(\alpha-\beta+\gamma)^2+(\beta-\alpha+\gamma)^2=2\left[(\alpha-\beta)^2+\gamma^2\right]$

68.α)Να αποδείξετε ότι : $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

Β) Αν $a+\beta=3$ και αβ=2 , να αποδείξετε ότι : $\alpha^2+\beta^2=5$

Γ)Αν $\alpha+\frac{1}{\alpha}=2$, να αποδείξετε ότι $\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=2$.

Δ)Αν $2a+\frac{3}{a}=5$, να υπολογίσετε την παράσταση : $4\alpha^2+\frac{9}{\alpha^2}$.

69. α)Να αποδείξετε ότι : $a^2+\beta^2=(\alpha-\beta)^2+2\alpha\beta$

Β)Αν $a-\beta=3$ *και* αβ=4 , να αποδείξετε ότι : $\alpha^2+\beta^2=17$.

Γ)Αν $a-\frac{1}{a}=3$, να υπολογίσετε την παράσταση : $\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}$

Δ)Αν $3a-\frac{1}{a}=2$, να υπολογίσετε την παράσταση: $9\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}$.

70. Αν $a+\beta=1$, να αποδείξετε ότι : $a^3(\beta+1)-\beta^3(\alpha+1)=\alpha-\beta$

71. Α) Να αποδείξετε ότι : $a^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$.

Β)Αν $a+\beta=2$ και αβ=1 , να αποδείξετε ότι : $\alpha^3+\beta^3=2$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

Γ)Αν $a+\frac{1}{\alpha}=3$, να υπολογίσετε την παράσταση : $\alpha^3+\frac{1}{\alpha^3}$.

Δ)Αν $2a+\frac{3}{\alpha}=3$, να υπολογίσετ την παράσταση : $8\alpha^3+\frac{27}{\alpha^3}$.

72.Α)Να απλοποιηθεί η παράσταση: $(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2$

Β)Να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$\left(\frac{2017}{2018}+\frac{2018}{2017}\right)^2-\left(\frac{2017}{2018}-\frac{2018}{2017}\right)^2.$$

73.Να αποδείξετε την ταυτότητα: $x^2=(x-1)(x+1)+1$. Στη συνέχεια με την βοήθεια της να υπολογίσετε τις δυνάμεις:
$a)99^2$ $\beta)999^2$ $\gamma)1999^2$

74.Να αποδείξετε τις ταυτότητες που ακολουθούν:

$i)a^2-(a-\beta)^2=2a\beta-\beta^2$

$ii)\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=a^2+\frac{1}{a^2}$ $(\alpha\neq 0)$

$iii)\left(\frac{a+\beta}{2}\right)^2-\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^2=\alpha\beta$

$iv)(x+y)^3-x^3-y^3=3xy(x+y)$

75. Να αποδείξετε τις ταυτότητες που ακολουθούν:

$i)(2x-3)^2-[2(x+1)]^2=5-20x$

$ii)(x^2+y^2)^2-(2xy)^2=[(x-y)(x+y)]^2$

$iii)(x+2y)^2+(2x-y)^2=5[(x+y)^2-2xy]$

$iv)(x-3)^3-9(1-x)=x^3-9(x-2)^2$

$v)(x+2)^2-2(2-x)(2+x)=(2x)^2-(x-2)^2$

$vi)(x+2)^3-6(x+1)^2=x^3+2$

$vii)(3-x)^3-(x-1)^2=18x^2+26-x(x+5)^2$

76.Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$\alpha)(3x+2)^2-(2x+3)^2=5(x+1)(x-1)$

$\beta)\dfrac{(\alpha-3\beta)^2-(\beta-3\alpha)^2}{8}=(\beta-\alpha)(\beta+\alpha)$

$\gamma)(x^2-2)^2-x^2(x-2)(x+2)=4$

$\delta)\mathrm{x}(x-3y)^2-(x+y)^3=-y(y-3x)^2$

$\varepsilon)(x^3+1)^2+(-x^2-1)^3=(2x)^3-3x^2(x+1)^2$

77. Αν $x-\dfrac{1}{x}=3$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$i)x^2+\dfrac{1}{x^2}$ ii)$\mathrm{x}^3-\dfrac{1}{x^3}$ iii)$\mathrm{x}^4+\dfrac{1}{x^4}$

78.Να αποδείξετε ότι :

$a)\alpha\nu$ $(\alpha+\beta)\left(\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}\right)=4$ τότε α=β

$\beta)\alpha\nu$ $\alpha^2+\beta^2+2=2(\alpha+\beta)$ τότε α=β=1

γ)αν $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+3=2(\alpha+\beta+\gamma)$ τότε α=β=γ=1

δ)αν $(\alpha+\beta)^2=2(\alpha^2+\beta^2)$ τότε α=β

ε)αν $\alpha^3-\beta^3=3\alpha\beta(\alpha-\beta)$ τότε α=β

στ) αν $1+\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha+\beta}{\beta}=5$ τότε α=β

79. Αν ισχύει : $a+\beta+\gamma=2\tau$, να αποδείξετε ότι:

$(\tau-\alpha)^2+(\tau-\beta)^2+(\tau-\gamma)^2+\tau^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$

80. Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει :

$\dfrac{(a+\beta)^2}{2}+\dfrac{(\alpha-\beta)^2}{2}=\alpha^2+\beta^2$

81. Να αποδείξετε τις ταυτότητες :

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$i)(a\beta-1)^2+(\alpha+\beta)^2=(\alpha^2+1)(\beta^2+1)$

$ii)(\alpha+\beta)^3+2(\alpha^3+\beta^3)=3(\alpha+\beta)(\alpha^2+\beta^2)$

$iii)4x^2(y^2-1)-4y^2(x^2-1)=4(y-x)(y+x)$

$iv)(\alpha\beta-1)^2-(\alpha-\beta)^2=(\alpha-1)(\beta-1)(\alpha+1)(\beta+1)$

$v)(x-3)^2-5=5(x-1)^2-(2x-1)^2$

$vi)(a+9)^2-2(a-3)(a+9)+(a-3)^2=144$

82.Αν α – β =2 , να δείξετε ότι : $a^2+\beta^2-2\alpha\beta-4\alpha+4\beta+3=-1$

83.Αν ισχύει $a+\beta+\gamma=0,$ να αποδείξετε ότι:

$a)a(a+\beta)(\alpha+\gamma)=\beta(\beta+\gamma)(\beta+\alpha)$

$\beta)(\alpha+\beta)^2+(\beta+\gamma)^2+(\gamma+\alpha)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$

84. Αν για τους $a,\beta,\gamma\neq 0$ ισχύει ότι α+β+γ=0 , να αποδείξετε ότι :

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)^2=\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}+\frac{1}{\gamma^2}$$

85. Αν α + β = 1 να δείξετε ότι : $a^3+\beta^3-\alpha\beta=(\alpha-\beta)^2$

86.Αν ισχύει α-β=2 , να αποδείξετε ότι : $\alpha^3-3\alpha^2=\beta^3+3\beta^2-4$

87.Αν για τους $\alpha,\beta,\gamma\neq 0$ ισχύει α+β+γ=0 . Να αποδείξετε ότι :

$$\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)^2=\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}+\frac{1}{\gamma^2}$$

88.Αν ισχύει : $\alpha-\beta=2$ να αποδείξετε ότι

89. Αν $a^2=\beta^2+\gamma^2$ να δείξετε ότι $\dfrac{(\alpha+\beta)(\alpha+\gamma)}{(\alpha+\beta+\gamma)^2}=\dfrac{1}{2}$

90.Αν $x^2+y^2=2$ να δείξετε ότι : $(x+2y)^2+(2x-y)^2=10$

91.Να εκφράσετε ως πολυώνυμο του x την παράσταση :

$A=(x^3-3x^2+1)^2-2x(x-1)^3$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

92. Αν $x+4y=8$ και xy=3 να βρεθούν οι τιμές των αριθμών :

$K=x^2+16y^2$ και $\Lambda=x^3+64y^3$

93.α)Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

$i)\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$ii)\alpha^2+\beta^2=(\alpha-\beta)^2+2\alpha\beta$

Β)Αν $x+\frac{2}{x}=3$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A=x^2+\frac{4}{x^2}$

Γ)Αν $y-\frac{1}{y}=4$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $B=y^2+\frac{1}{y^2}$

94.Αν $a+\beta=2$ και α·β=-3 να δείξετε ότι:

$a^2+\beta^2=10$ και $\alpha^3+\beta^3=26$

95. Αν ισχύει $x+y=\frac{7}{2}$ και $x\cdot y=-\frac{3}{2}$,να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

$\alpha)A=x^2+y^2$ β)$B=(x-y)^2$ $\Gamma=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}$

$\delta)\Delta=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y+\frac{1}{y}\right)^2$

96. Αν α+β=5 και $a\cdot\beta=4$ να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων : $a^2+\beta^2$ και $\alpha^3+\beta^3$

97.Αν οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι και ισχύει $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}=3$ να βρείτε την τιμή της παράστασης $(\alpha-\beta)^{2020}$

98.Αν α+β=1 , να αποδείξετε ότι $a^3+\beta^3+3\alpha\beta=1$.

99. Αν $(a+\beta)\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)=4$ $(\alpha\cdot\beta\neq 0)$ να δείξετε ότι α=β.

100. Να κάνετε τις πράξεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$\alpha)2x^3\left(3x^2-1\right)^2-6x^5\left(3x^2-2\right)+x\left(x-1\right)^2$

$\beta)2x\left(3x-2\right)^2-x^2\left(x-3\right)-x\left(2x-1\right)^2$

$\gamma)\left(4x-1\right)^3-\left(-4x+3\right)^2+\left(2-x\right)\left(x+2\right)-4$

101.Αν $\alpha+\beta=3$ και $\alpha\cdot\beta=2$ να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$i)\alpha^2+\beta^2$ ii)$\alpha^3+\beta^3$ iii)$\frac{1}{a}+\frac{1}{\beta}$ iv)$\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}$

102. Αν $x^2+y^2=2x-1$ να βρεθούν οι αριθμοί x,y

ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

103. Να γίνουν γινόμενο οι παρακάτω παραστάσεις:

$i)\beta\left(x+2y\right)+\gamma\left(x+2y\right)$

$ii)2a^2\beta\left(x+y\right)-4a\beta^2\left(x+y\right)$

$iii)3a(\kappa-3\lambda)+6\alpha\beta\left(\kappa-3\lambda\right)+12\alpha^2\beta\left(\kappa-3\lambda\right)$

$iv)\left(x+y\right)^3-\left(x+y\right)^2$

$v)a\left(x-y\right)+\beta\left(y-x\right)$

$vi)\left(x-2\right)\left(x-1\right)^2-4\left(2-x\right)$

104. Να γίνουν γινόμενο οι παρακάτω παραστάσεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$i)4x^2-8x$

$ii)(3x-1)^2-9$

$iii)4(x-1)^2-36$

$iv)x^3-125x$

$v)(x+y)^2-x-y$

$vi)x^2-y^2+2y-1$

$vii)x^4+4y^4$

$viii)x^3+y^3-x^2y-xy^2-x-y$

$ix)x^2-y^2-7x+7y$

$x)a^5+a^4-a-1$

$xi)x^2-x+\frac{1}{4}-y^2$

$xii)x^4-11x^2y^2+y^4$

$xiii)x+\sqrt{x}-2 \qquad ,x\geq 0$

$xiv)x^4+x^2+1$

105. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$2x(\alpha+\beta)-4(\beta+\alpha)$

$\alpha(x-y)-\beta(y-x)$

$3(a-\beta)^2+6(\beta-\alpha)$

$(\alpha-2\beta)(x-y)-(2\alpha-\beta)(y-x)$

$x^2(x-3)-2(3x-x^2)$

$x(x^2+5x)-3(15+3x)$

$(x^2+y^2)(x-1)+2xy(1-x)$

106. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$x^2(x-2)+x(2-x)^2$

$(x^2-9)^2-x^2-6x-9$

$(\alpha-\beta)(x-y)-(y-x)^2$

$(x-1)^2+6(1-x)+9$

$a(x-2)^2+\beta(2-x)^3$

$a(a^2-1)+(a-1)^2+2a-2$

$(x-2)(a+\beta)+(2-x)(\alpha+\beta)^2$

107. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$x(x-1)-2x+2$

$a(x+y)+\beta y+\beta x$

x^3-x^2-4x+4

$x^3-5x^2-4x+20$

108. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$x^2+y^2+2xy-2x-2y$

$3x^4-3xy^3+yx^3-y^4$

$x^2-y^2+2ax+a^2$

$a^2-\beta^2-\gamma^2+2\beta\gamma$

x^2-y^2-6y-9

$9-a^2+2a\beta-\beta^2$

109. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$x^2y^2-4y^2-x^2+4$

$(3x-9)(x^2-9)-x^2-6x-9$

x^4-1+x^3-x

$x^3(x^2-1)+1-x^2$

$(a^2-\beta^2)(\alpha+\beta)^5-(\alpha-\beta)^3(\alpha+\beta)^4$

$(x^2+9)^2-36x^2$

$(y^2-4)^2-(y+2)^2$

$(a^2+\beta^2-\gamma^2)^2-4\alpha^2\beta^2$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

110.Δίνεται η παράσταση:

$$A=\frac{\left(x^2-2x\right)\left(x+3\right)}{x^2+3x}$$

Α)να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση Α.

Β)να βρείτε τις τιμές του x , ώστε A=0

Γ)Να απλοποιήσετε την παράσταση Α.

111. Να γίνουν γινόμενο οι παρακάτω παραστάσεις:

$i)x^3-5x^2+3x-15$ ii)$4-x^2-y^2+2xy$

$iii)4x^2+9y^2-12xy$ iv)$x^4+y^4-11x^2y^2$

$v)12\left(3x-2\right)^2-3\left(1-3x\right)^2$ vi)$2x^2+2y^3-4xy$

112. Να γίνουν γινόμενο οι παρακάτω παραστάσεις:

$i)xy^7-xy$ ii)$x^3-x^2+xy+x-y-1$

$iii)x^2+3x+2$ iv)$x^5-x^4+x^3-x^2+x-1$

$v)3\left(x+5\right)\left(x-2\right)^2-12x-60$ v)$x\left(x-7\right)-y\left(y-7\right)$

113. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$a)xy\left(x-y\right)+yz\left(y-z\right)+zx\left(z-x\right)$

$\beta)x^3\left(y-z\right)+y^3\left(z-x\right)+z^3\left(x-y\right)$

$\gamma)\left(x-y\right)^3+\left(y-z\right)^3+\left(z-x\right)^3$

$\delta)x^4+4y^4$

114. Αν οι αριθμοί μ,ν είναι αντίθετοι και ισχύει : 2μ+3ν-κ-(λ-1)=1-μ

να αποδείξετε ότι και οι αριθμοί κ,λ είναι αντίθετοι.

115.Να δείξετε ότι οι αριθμοί x=α+2β-(3γ+δ) και y=-(α+2β)+3γ+δ

είναι αντίθετοι.

116. Αν ισχύει $\left(x+1\right)^2-\left(y-1\right)^2-\left(x-y\right)\left(x+y\right)=6$ να αποδείξετε ότι

x+y=3.

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

117.Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$i)\dfrac{x^2+x+1}{x+1}\cdot\dfrac{x^2-1}{x^3-1}$ ii) $\dfrac{(x^2-x)+2x-2}{x^2-1}$

$iii)\dfrac{x^3-2x^2+x}{x^2-x}$ iv) $\dfrac{x(x-2)+1}{(x-2)(x-1)}$

118. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$i)\dfrac{x^3-6x^2+9x}{x^2-3x}$ ii) $\dfrac{x^2-x+5x-5}{x^2-1}$

$iii)\dfrac{x(x-4)+4}{(x-2)(x+1)}$ iv) $\dfrac{x^2+2x+4}{x+2}\cdot\dfrac{x^2-4}{x^3-8}$

$v)\dfrac{(x-2)(x-3)-(3-x)(x-7)}{x^2-9}$

$vi)\dfrac{(x-1)(x+1)^3-x^4+1}{2x^3-2x}$

119. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$i)3\beta^4x^3+12\beta^2x^4-9x^3\beta^5$ ii) $7(2y-5)^5-14(5-2y)^3$

$iii)(x-1)^2+(1-x)^2+(x-1)^3-x+1$ iv) $2x^3y-6xy^5+10xy$

120. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$i)(x-y)^2-1$ ii) $8x^3-27y^3$

$iii)(x-y)^2-2(y-x)+1$ iv) $9(x+y)^2-16x^2$

121 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$i)x^9-8x^6-x^3+8$ ii) $\alpha^2\beta^3-x^2\beta^3-8\alpha^2+8x^2$

iii) $\alpha^2+x^2-\beta^2-y^2-2x\alpha+2y\beta$

122.Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$i)\dfrac{x^2+x+1}{x+1}\cdot\dfrac{x^2-1}{x^3-1}$ ii) $\dfrac{(x^2-x)+2x-2}{x^2-1}$

$iii)\dfrac{x^3-2x^2+x}{x^2-x}$ iv) $\dfrac{x(x-2)+1}{(x-2)(x-1)}$

123. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις και να βρείτε τις τιμές του x που ορίζονται.

$A=\dfrac{x^3-6x^2+9x}{2x^3-18x}$ B=$\dfrac{x^4-16}{x^2-1}\cdot\dfrac{x^2-x}{x^2-2x}$

$\Gamma=\dfrac{7x^2-7xy}{5x^2y-10y^2x+5y^3}$ $\Delta=\dfrac{(2x^2+2xy)(x-1)}{x^2-x+xy-y}$

E=$\dfrac{x^3+2x^2-9x-18}{x^3+3x^2-4x-12}$ ΣΤ=$\dfrac{x^3-9x-2(x+3)^2}{3x(x+3)-18(x+3)}$

124. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$A=\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$ $B=\dfrac{x^3+1}{x^2-1}$

$\Gamma=\dfrac{x^3-6x^2+9x}{x^3-9x}$ $\Delta=\dfrac{x^3y-xy^3}{x^3-y^3}$ E=$\dfrac{x^3+x^2-9x-9}{(x^3-x)(x-3)}$

ΣΤ$=\dfrac{5a^3-5\beta^3}{10\alpha^2+10\alpha\beta+10\beta^2}$ Z=$\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2\cdot\dfrac{x^3+x^2}{(x+1)^3}$

$H=\dfrac{x-2}{8x^3-27}:\dfrac{ax-2a+\beta x-2\beta}{3-2x}$

125. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$$\frac{2a^3-12a^2+18a}{a^2-9}$$

$$\frac{\left(a^2-4\right)^2-(3a-2)(a+2)^2}{\left(a^2-4\right)\left(a^2-1\right)}$$

$$\frac{5y-10y^2}{12y^2+6y^3}\cdot\frac{2y+y^2}{2y-1}$$

$$\frac{9(2a+1)^2-(4a-1)^2}{4\left(a^2+4a+4\right)}$$

$$\frac{x^2-8x+16}{ax^2+axy}:\frac{x^3-16x}{x^2+2xy+y^2}$$

$$\frac{x^3+y^3}{x+y}:\left(x^2-y^2\right)+\frac{2y}{x+y}-\frac{xy}{x^2-y^2}$$

126.Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A=\frac{3\alpha-6\beta}{\alpha+\beta}-\frac{5\alpha-6\beta}{\alpha-\beta}-\frac{4\alpha-5\beta}{\alpha+\beta}+\frac{7\alpha-8\beta}{\alpha-\beta}$$

$$\mathrm{B}=\frac{\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2}{\alpha+\beta}-\frac{\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2}{\alpha-\beta}+\frac{2\beta^3-\beta^2+\alpha^2}{\alpha^2-\beta^2}$$

$$\Delta=\frac{x}{ax-2a^2}-\frac{2}{x^2+x-2ax-2a}\left(1+\frac{3x+x^2}{3+x}\right)$$

$$E=\left(\frac{x^2}{y^2}-1\right)\left(\frac{x}{x-y}-1\right)+\left(\frac{x^3}{y^3}-1\right)\left(\frac{x^2+xy}{x^2+xy+y^2}\right)$$

127. Να αποδείξετε ότι :

$$\left(\frac{a^2}{\beta^2}-\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta^2}{\alpha^2}-\frac{\beta}{\alpha}\right):\left[\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\beta}\right)^2\left(\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}+1\right)\right]=\alpha\beta$$

$$\frac{1-\alpha-\frac{1}{\alpha}}{1-\frac{1}{\alpha}}\cdot\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^3}=1$$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

128.Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A=\frac{a-\beta}{\alpha+\beta}\cdot\frac{2\alpha+2\beta}{3\alpha-3\beta}$$

$$\text{B}=\frac{\alpha^2+\alpha}{\alpha^2-4}\cdot\frac{\alpha+2}{\alpha+1}$$

$$\Gamma=\frac{\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2}{\alpha+3}\cdot\frac{\alpha^2+6\alpha+9}{(\alpha-1)^2}$$

$$\Delta=\frac{\alpha^2\beta+\alpha\beta}{\alpha\beta-\beta}:\frac{\alpha+1}{\alpha-1}$$

$$\text{E}=\frac{\alpha^2+\alpha\beta}{\alpha^2-\beta^2}:\frac{\alpha^2+\alpha\beta}{\alpha^3+\beta^3}$$

129. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A=\frac{(x^4-1)(x^2-2x)}{(x^3-4x)(x^3-x)}$$

$$B=\frac{(x-1)(x-3)-(1-x)(x-5)}{x^2-1}$$

$$\Gamma=\frac{x^2-9}{x^2-6x+9}\cdot\frac{x^2-3x}{x^2+3x}$$

$$\Delta=\frac{x^2+x}{x^2-x}\cdot\frac{x^2-2x+1}{x^2+2x+1}\cdot\frac{2x+2}{x-1}$$

$$E=\frac{x^3-x^2-5x+5}{x^3+x^2-5x-5}\cdot\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$$

130. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A=\frac{3a-6\beta}{\alpha+\beta}-\frac{5\alpha-6\beta}{\alpha-\beta}-\frac{4\alpha-5\beta}{\alpha+\beta}+\frac{7\alpha-8\beta}{\alpha-\beta}$$

$$\text{B}=\frac{\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2}{\alpha+\beta}-\frac{\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2}{\alpha-\beta}+\frac{2\beta^3-\beta^2+\alpha^2}{\alpha^2-\beta^2}$$

$$\Gamma=\left(\frac{x^2}{y^2}-1\right)\left(\frac{x}{x-y}-1\right)+\left(\frac{x^3}{y^3}-\right)\left(\frac{x^2+xy}{x^2+xy+y^2}-1\right)$$

$$\Delta=\left[\left(\alpha+\frac{\alpha\beta}{\alpha-\beta}\right)\left(\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}-\alpha\right)\right]:\frac{\alpha^4}{\alpha^2-\beta^2}$$

$$\text{E}=\left[\left(\frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha\beta}-4\right)\left(\frac{(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta}{\alpha\beta}\right)\right]:\frac{\alpha^3-\beta^3}{\alpha\beta}$$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

131. Να αποδείξετε ότι :

$$\frac{\beta x-\beta y+2x-2y}{\beta^2+4\beta+4}\cdot\frac{\beta x+\beta y+2x+2y}{x^2-y^2}=1$$

$$\frac{x^3+y^3}{x+y}:\left(x^2-y^2\right)+\frac{2y}{x+y}-\frac{xy}{x^2-y^2}=1$$

$$\left[\left(\left(\frac{a+1}{a-1}\right)^2+3\right):\left(\left(\frac{a-1}{a+1}\right)^2+3\right)\right]:\frac{a^3+1}{a^3-1}-\frac{2a}{a-1}=-1$$

$$\left(\frac{a^2}{\beta^2}-\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta^2}{\alpha^2}-\frac{\beta}{\alpha}\right):\left[\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\beta}\right)^2\left(\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}+1\right)\right]=\alpha\beta$$

$$\frac{1-\alpha-\frac{1}{\alpha}}{1-\frac{1}{\alpha}}\cdot\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^3}=1$$

132. Αφού βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζονται οι παραστάσεις , να γίνουν οι πράξεις:

$i)\ \frac{3}{x^3-x}+\frac{2}{x^2+x}+\frac{1}{x^2}$ ii) $\frac{x^2-4x+4}{x^2+4}:\frac{x^2-4}{x^4-16}$

133. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω ρητές παραστάσεις και να γράψετε τους απαραίτητους περιορισμούς , έτσι ώστε να είναι δυνατή η απλοποίηση:

$A=\frac{x^3+y^3}{(x-y)^2+xy}$ Β= $\frac{a^2-\gamma^2+\beta^2+2\alpha\beta}{\alpha^2-\beta^2+\gamma^2+2\alpha\gamma}$

$\Gamma=\frac{x^3-4x^2+3x}{x^2-x}$ Δ= $\frac{(x^4-1)(x^2-2x)}{(x^3-4x)(x^2-x)}$

134. Αν $a+\beta-1=\alpha\beta$, να αποδείξετε ότι α=1 ή β=1.

135. Αν $a(\beta^2+1)=\beta(\alpha^2+1)$ να αποδείξετε ότι οι α,β είναι ίσοι ή αντίστροφοι.

136.Αν $x^2-y^2-2x-6y=8$ να αποδείξετε ότι:y=x-4 ή y=-x-2

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

137. Αν $\alpha x^2+\alpha x+\alpha=\beta x^2+\beta x+\beta$ να αποδείξετε ότι : α=β

138 . Να απλοποιήσετε το ρητό αλγεβρικό κλάσμα:

$$K=\frac{xy\left(a^2+b^2\right)+ab\left(x^2+y^2\right)}{xy\left(a^2-b^2\right)+ab\left(x^2-y^2\right)}$$

139.Αν $\alpha+\beta=3$ και α·β=2 να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$i)\alpha^2+\beta^2$ ii)$\alpha^3+\beta^3$ iii)$\frac{1}{a}+\frac{1}{\beta}$ iv)$\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}$

140. Αν $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=0$ να δείξετε ότι: $\frac{\alpha\beta}{\gamma^2}+\frac{\beta\gamma}{\alpha^2}+\frac{\gamma\alpha}{\beta^2}=3$

141.Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α,β,γ για τους οποίους ισχύει :

$\frac{\alpha}{2}=\frac{\beta}{3}=\frac{\gamma}{4}$ και 3α+2β-γ=16

142.Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A=\frac{(x-2)^2}{(3-y)^2}:\frac{2x-x^2}{9-y^2}$$

$$B=\left(\frac{x^2+xy}{xy^2-y^3}\right)^4\cdot\left(\frac{y-x}{x^2+2xy+y^2}\right)^3$$

$$\Gamma=\frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}:\frac{xy}{x-y}$$

$$\Delta=\frac{4x^2+4x+1}{6x^2-3x}:\frac{12x^2-3}{2x}$$

$$E=(x+y)^2\cdot\left(x^{-1}+y^{-1}\right)^{-2}$$

143.Να εκτελέσετε τις παρακάτω πράξεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$i)\dfrac{x}{x^2-1}-\dfrac{1}{x^2-x}$ ii) $\dfrac{x^2-81}{x^2-49}\cdot\dfrac{x^2-7x}{x^2+9x}$

$iii)\dfrac{x^2-25}{x^2-1}\cdot\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-10x+25}$ iv) $\dfrac{x^2-6x+9}{x^2+6xy+9y^2}\cdot\dfrac{3x^2y+9xy^2}{x-3}$

144. Να μετατραπεί σε ρητό αλγεβρικό κλάσμα η παράσταση:

$$K=\left(\frac{x^2-xy+y^2}{x^3-3xy(x-y)-y^3}\cdot\frac{x^2-y^2}{x^3+y^3}\right):\frac{x+y}{(x-y)^3}$$

145.Να μετατραπεί σε απλό το σύνθετο κλάσμα:

$$K=\frac{\left(x-\dfrac{x^2+xy}{x-y}\right)\cdot\left(x-\dfrac{x^2+xy}{x+y}\right)}{xy+\dfrac{xy^3}{x^2-y^2}}$$

146. Να κάνετε τις πράξεις:

$\alpha)2x^3(3x^2-1)^2-6x^5(3x^2-2)+x(x-1)^2$

$\beta)2x(3x-2)^2-x^2(x-3)-x(2x-1)^2$

$\gamma)(4x-1)^3-(-4x+3)^2+(2-x)(x+2)-4$

147.Αν

$(\beta-\gamma)^2+(\gamma-\alpha)^2+(\alpha-\beta)^2=(\beta+\gamma-2\alpha)^2+(\gamma+\alpha-2\beta)^2+(\alpha+\beta-2\gamma)^2$

τότε α=β=γ=0

148.Αν $\alpha^2-\beta^2-2\alpha-6\beta-8=0$, δείξτε ότι: $\beta=-\alpha-2$ ή β=α-4

149. Αν $x^2-a^2-2xy+y^2=0$, δείξτε ότι : $y=x-a$ ή y=x+α

150.Να γίνουν οι πράξεις:

$\alpha)\left(\dfrac{1+(-2)^2}{2}-\dfrac{1^{-1}-(-2)^2}{4}\right):\dfrac{1^3-(-2)^2+1}{1\cdot(-2)}$

$\beta)(-16)^{80}\cdot(-0,5)^{20}$

$\gamma)(-4)^{60}\cdot(-0,125)^{40}$

$\delta)(1,5)^{20}\cdot 27^6\cdot(-8)^6+12^{100}\cdot 1,5^{50}\cdot 6^{-149}$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

151. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$i)\left(\frac{x^2y}{xy^3}\right)^{-2}\cdot(xy)^2$ ii)$8x^4y^{-1}:\left[\left(2x^3y^2\right)\cdot x^0\right]$

152. Να υπολογίσετε την παράσταση : $\left(\frac{7x^2}{-3y^4}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{9y^2}{49x^4}\right)^{-2}$

153.Να υπολογίσετε την τιμή στις επόμενες παραστάσεις αν x,y είναι αντίστροφοι:

$$i)A=\frac{2^{15}x^5(-3)^{16}y}{6^{14}x^4}$$

$$ii)B=\left[\left(\frac{2^{15}x^5(-3)^{14}y}{6^{10}(6x)^4}\right)^{-1}\right]^{-2}$$

$$iii)\Gamma=\frac{\left[\left(x^2y^3\right)^{-1}\left(xy^3\right)^2\right]^2}{\left(x^3y\right)^{-3}}$$

154.Αν $x=10^{-3}$ και $y=-0,1^{-2}$ να υπολογίσετε την παράσταση :

$$A=\left(x^3y^{-1}\right)^2:\left[x^{-1}\cdot y\cdot\left(x^3y^{-3}\right)^{-1}\right]^{-2}$$

155.Αν x=0,1 και y=0,2 ,να βρεθούν οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων :

$i)\left(x^{-2}y^{-3}\right)^{-2}:\left(x^4y^4\right)^2$ ii)$\left[\left(x^{-1}y^2\right)^{-1}:\frac{x^2}{y^3}\right]^2$

156.Δείξτε ότι :

$$\left(x^{-2}+y^{-2}\right)\cdot\left(x^{-2}-y^{-2}\right)=x^{-4}-y^{-4}$$
$$\left(x^{-2}-y^{-2}\right):\left(x^{-1}-y^{-1}\right)=x^{-1}+y^{-1}$$

157. Αν $a=\frac{3}{4}$ και $\beta=\frac{1}{2}$ να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$A=a^5\left(\alpha\beta^2\right)^3:\left(\alpha^{-2}:\beta\right)^{-2}$

$B=\left(\alpha^2:\beta^3\right)^{-5}\left(\alpha^{-4}:\beta^{-5}\right)^{-3}$

158. Να αποδείξετε ότι : $\left(\frac{x^a}{x^\beta}\right)^{a+\beta}\cdot\left(\frac{x^\beta}{x^\gamma}\right)^{\beta+\gamma}\cdot\left(\frac{x^\gamma}{x^a}\right)^{\gamma+\alpha}=1$

159. Να βρεθεί ο ακέραιος ν ώστε να ισχύει : $3\cdot 3^{3\nu-7}=\frac{1}{27}$

160.Αν α, β αντίστροφοι , να αποδείξετε ότι:

$$\left[\left(\alpha^{-7}\cdot\beta^3\right):\left(\alpha\beta\right)^4\right]\cdot\frac{\left(\alpha\beta\right)^{-2}}{\left(\alpha^{18}\right)^0\cdot\left(\beta^{-2}\cdot\alpha\right)^{-1}\cdot\beta^7}=1$$

161. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$A=\frac{\alpha^{-12}\cdot\beta^4\cdot\left(\alpha^2\beta^{-5}\right)^3}{\alpha^{-5}\left(\alpha^{-3}\cdot\beta^5\right)^{-2}}\cdot\left[\frac{\left(\alpha\beta\right)^2}{\alpha^2\beta^4}\right]^3$ για α=2017 και β=$\frac{1}{2017}$

162. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A=\frac{25^5\cdot 15^{10}\cdot 12^{15}\cdot 14^{20}}{6^{25}\cdot 32^5\cdot 35^{20}}$$

163.Αν ισχύει ότι x-y=2 , να αποδείξετε ότι $x^3-3x^2=y^3+3y^2-4$

164. Να αποδείξετε ότι , αν : α+β+γ=0 τότε ισχύει :

$$\left(a+\beta\right)^2+\left(\beta+\gamma\right)^2+\left(\gamma+\alpha\right)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$$

165. Να αναλυθεί σε γινόμενο παραγόντων η παράσταση:

$$A=a^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^2\gamma+\beta\gamma+\gamma^2\alpha+\gamma\alpha^2+2\alpha\beta\gamma$$

166. . Να αναλυθεί σε γινόμενο παραγόντων η παράσταση:

$i)\,f\left(x\right)=x^3-5x+4$ ii)$f\left(x\right)=x^3-3x^2+4$

167. Να αναλυθούν σε γινόμενο παραγόντων οι παραστάσεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$\alpha)16a^2+24\alpha\beta+9\beta^2-4\gamma^2$

$\beta)25\alpha^2-\beta^2+2\beta\gamma-\gamma^2$

$\gamma)\alpha^4+4\beta^4$

$\delta)\alpha^4+\alpha^2\beta^2+\beta^4$

168. Αν γ=α+2 και β=α-1 να αποδείξετε ότι :

$$\frac{a^2\beta^2\gamma^2-\alpha^2\beta^2-\gamma^2+1}{\alpha^2\beta\gamma-\frac{\gamma}{\beta}+\beta\left(\alpha^2-\frac{1}{\beta^2}\right)}=\alpha^2-1$$

169. Αν $x=\frac{\alpha-\beta}{2}$, y=$\frac{\beta-\gamma}{2}$, z=$\frac{\gamma-\alpha}{2}$ να αποδείξετε ότι

$$\frac{2a-2\beta-x}{x+a-\beta}+\frac{2\beta-2\gamma-y}{y+\beta-\gamma}+\frac{2\gamma-2\alpha-z}{z+\gamma-\alpha}=3$$

170. Αν για τους αριθμούς $x,y,z\in\mathbb{R}$ ισχύει ότι

$x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)=0$ να αποδείξετε ότι δυο τουλάχιστον από αυτούς είναι ίσοι.

171. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$a)\frac{a^3+b^3}{a^4+a^2b^2+b^4}$

$b)\frac{1}{(a+b)^3}\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}\right)+\frac{3}{(a+b)^4}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)+\frac{6}{(a+b)^5}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$

$c)\frac{a-b}{a+b}+\frac{b-c}{b+c}+\frac{c-a}{c+a}+\frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)}$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΥΣΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

$$(a+\beta+\gamma)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2\alpha\beta+2\beta\gamma+2\gamma\alpha$$

$$(\alpha+\beta+\gamma)^3=\alpha^3+\beta^3+\gamma^3+3(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)$$

Τ*αυτότητα* του Euler

$$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=\frac{1}{2}(\alpha+\beta+\gamma)\left[(\alpha-\beta)^2+(\beta-\gamma)^2+(\gamma-\alpha)^2\right]+3\alpha\beta\gamma$$

Τ*αυτότητα* του De Moivre

$$\alpha^4+\beta^4+\gamma^4-2\alpha^2\beta^2-2\beta^2\gamma^2-2\gamma^2\alpha^2=$$
$$-(\alpha+\beta+\gamma)(-\alpha+\beta+\gamma)(\alpha-\beta+\gamma)(\alpha+\beta-\gamma)$$

Τ*αυτότητες* του Νευτωνα

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$
$$(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$$
$$(x+a)(x+b)(x+c)=x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc$$
$$(x-a)(x-b)(x-c)=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc$$

172. Να αποδειχτεί η ταυτότητα:

$$\left(x^2+y^2+z^2\right)^2-(xy+yz+zx)^2=\left(x^2-yz\right)^2+\left(y^2-zx\right)^2+\left(z^2-xy\right)^2$$

173. Αν είναι $\alpha+\beta+\gamma=0$ να αποδείξετε ότι

$$(a+\beta)^3+(\beta+\gamma)^3+(\gamma+\alpha)^3=-3\alpha\beta\gamma$$

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

174.Αν α,β,γ,δ είναι με τη σειρά που δίνονται , διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί, να αποδείξετε ότι :

Α) βγ-αδ=2 β) ο βδ-αγ είναι περιττός αριθμός

Γ)ο α+β+γ+δ είναι άρτιος αριθμός , αλλά όχι πολλαπλάσιο του 4.

175.Να γραφούν ως μια δύναμη οι παραστάσεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$A=\dfrac{8^7\cdot 32^4}{4^6\cdot 16^6}$ $\qquad$ $B=\dfrac{9^6\cdot 27^5}{81^6}$

$\Gamma=\dfrac{54^3\cdot 52^9}{26^9\cdot 2^3}$ $\qquad$ $\Delta=\dfrac{\left(-4^{-2}\right)^{-3}\cdot\left(8^{-3}\right)^{-5}}{\left(16^{-4}\right)^2\cdot\left(32^{-3}\right)^{-4}}$

176.Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A=\left[\left(a^2\beta^3\right)^{-2}\left(\alpha\beta^3\right)^4\right]:\left(\alpha^3:\beta^{-1}\right)^{-3} \qquad B=\frac{\left(\alpha^2\beta\right)^3\left(\alpha\beta^2\right)^{-2}\left(\beta^{-2}\right)^3}{\left(\alpha\beta^3\right)^{-3}\left(\alpha^2\beta^4\right)^2\left(\beta^{-3}\right)^3}$$

με $a=2017$ και $\beta=2017^{-1}$. Να αποδειχτεί ότι A=1 και B=1.

177. Αν $a\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=1007$, να αποδειχτεί ότι:

$$2(\alpha+\beta+\gamma)^2-(\alpha+\beta)^2-(\beta+\gamma)^2-(\gamma+\alpha)^2=2014$$

178.Δίνεται η παράσταση : $A(x)=\dfrac{x+2}{x^2-x}-\dfrac{x-1}{x^2-4}$

Να βρεθούν οι τιμές του x ώστε :

Α) Να ορίζεται η παράσταση A(x).

$\beta)A(x)=\dfrac{4}{(x-1)(x+2)}$

179. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$A=\frac{\alpha^2-\beta^2}{\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2}\cdot\frac{\alpha^2-\alpha\beta}{\alpha^2+\alpha\beta}$$

$$B=\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}\cdot\frac{x^2-2x}{x^2+2x}$$

$$\Gamma=\frac{(a-\beta)^2+\alpha\beta}{\alpha-\beta}\cdot\frac{\alpha^3-\beta^3}{\alpha^3+\beta^3}\cdot\frac{\alpha+\beta}{(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta}$$

$$\Delta=\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}-\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}-\frac{4\alpha^2}{\alpha^2-\beta^2}\right)\cdot\frac{\beta^2-2\alpha\beta+\alpha^2}{4\alpha\beta}\cdot\frac{\alpha\beta+\beta^2}{\alpha-\beta}$$

$$E=\left(\frac{\alpha}{\alpha+2\beta}+\frac{\alpha}{\alpha-2\beta}\right):\frac{2\alpha^2}{\alpha^2-4\beta^2}$$

$$\Sigma T=\left(\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right)\left(\frac{3}{4x}+\frac{x}{4}-x\right)$$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

180.Αν $a^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha=0$, να αποδειχτεί ότι α=β=γ.

181.Αν $a\beta\gamma=1$ να αποδειχτεί ότι :

$$\frac{a}{a\beta+\alpha+1}+\frac{\beta}{\beta\gamma+\beta+1}+\frac{\gamma}{\gamma\alpha+\gamma+1}=1$$

182. Αν $a+\beta+\gamma=0$, να αποδειχτεί ότι

$$a)\left(a+\beta\right)^2+\left(\beta+\gamma\right)^2+\left(\gamma+\alpha\right)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$$

$$\beta)\frac{1}{\alpha^2+\beta^2-\gamma^2}+\frac{1}{\beta^2+\gamma^2-\alpha^2}+\frac{1}{\gamma^2+\alpha^2-\beta^2}=0$$

183.Δίνονται οι μη μηδενικοί αριθμοί α και β , με $\beta+4\alpha\neq 0$, για τους οποίους ισχύει : $\frac{4\beta-2\alpha}{\beta+4\alpha}=-5$. Να βρείτε :

Α) τον λόγο $\frac{\beta}{\alpha}$

Β)την τιμή της παράστασης : $A=\left[\frac{\beta:\alpha^{-4}}{\left(\beta^{-1}\alpha^3\right)^3}\right]^2:\left[\frac{\alpha^7:\alpha^2}{\left(\beta^5\right)^2\beta^{-7}}\right]^{-1}$

184. Αν α+β+γ=0 να βρείτε την τιμή της παράστασης :

$$A=\frac{a^3+\beta^3+\gamma^3-3\alpha\beta\left(\gamma+1\right)}{\alpha^2+\beta^2-\gamma^2}$$

185. Για τους αριθμούς α,β,γ ισχύει :

$a+\beta+\gamma=0$ και $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=6$.

Να βρείτε

Α) την τιμή του γινομένου αβγ

Β)την τιμή της παράστασης:

$$A=\left(a\gamma+\beta\right)^2-\left(\alpha+\gamma\right)^2+\left(1-\alpha\gamma\right)\left(1+\alpha\gamma\right)$$

186.Δίνονται οι αριθμοί :

$\alpha=-x^{\nu}y^{2\mu}\omega^{\kappa+1}$ και $\beta=x^{\nu+4}y\omega^{\kappa-1}$ όπου $x,y,\omega\neq 0$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

Αν ισχύει $\alpha \cdot \beta > 0$, να βρείτε το πρόσημο του y.

187. Αν ισχύουν : $A = 4x + 2y - 8z$ B=5x-3y+z Γ=-9x+y+7z

Να βρείτε την τιμή της παράστασης : $A^2 + B^2 - \Gamma^2 + 2AB$

188. Για τους αριθμούς α,β,γ ισχύει :

$\alpha + \beta + \gamma = 0$ και $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 6$

Να βρείτε

Α)την τιμή του γινομένου αβγ

Β)την τιμή της παράστασης $A = (\alpha\gamma + \beta)^2 - (\alpha + \gamma)^2 + (1 - \alpha\gamma)(1 + \alpha\gamma)$

ΔΙΑΤΑΞΗ

1. Αν α>β , να συγκριθούν οι αριθμοί:

i)2*a* , α+β ii) 3α , 2α+β
iii)$a+2$, β+1 iv)2α-5 , 2β-6

2. Αν α>2 , να συγκριθούν οι αριθμοί:

i)$a+2$, 2α+1 ii)α+3 , 2α+3
iii)$2a-5$, 3α-7

3. Αν α<β<2 να συγκριθούν οι αριθμοί:

i)2*a* , α+β ii) α+β , 2β
iii)$3a+\beta$, 4β iv)α-β ,2α

4. Αν α>0 να δείξετε ότι: $a + \frac{1}{a} \geq 2$

5. Αν α>β>γ τότε να δείξετε ότι: $(a-\beta)(\beta-\gamma)(\gamma-\alpha) \prec 0$

6. Να αποδείξετε ότι:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$\alpha)\alpha^2+9\geq 6\alpha$ β)$\alpha^2+16\geq -8\alpha$ γ)$(x+y)^2+4xy\geq -8y^2$

$\delta)2\alpha^2+3\alpha+8>0$ ε)$\alpha^2+\beta^2-4\alpha+2\beta+5>0$

$\sigma\tau)x^2-6a+10>0$ ζ)$\alpha^2+\beta^2-2\alpha-2\beta+2\geq 0$

7. Να αποδείξετε ότι:

$a)25-2(x-3)^2\geq 8x-(2x+1)^2$

$\beta)\frac{x}{2}\geq 2-\frac{(x-5)^2}{8}$

$\gamma)\beta^2\geq\frac{\alpha\beta}{2}-\frac{(\alpha-\beta)^2}{8}$

8.Αν x>5 και x πραγματικός αριθμός να δειχτεί ότι $x^5>5x^2-3x+15$

9. Αν είναι $x<2<y$ να δειχτεί ότι : $xy-2(x+y)+4<0$

10.Να αποδείξετε ότι για α<1 ισχύει: $3a-5<2a-4$

11.Αν α<1 και β<2 , να συγκριθούν οι αριθμοί:

2α+3β-5 , α+2β-2

12.Για οποιουσδήποτε πραγματικούς x,y να αποδείξετε ότι:

$i)x^2+xy\geq y(3x-y)$

$ii)(1+x^2)(1+y^2)\geq 4xy$

$iii)(x^2+4)(y^2+4)\geq 4(x+y)^2$

13. Να αποδείξετε ότι για κάθε $a,\beta\in\mathbb{R}$ ισχύουν:

$i)4a^2+9\beta^2\geq 12\alpha\beta$

$ii)a^2+\beta^2+\alpha\beta+\alpha+\beta+1>0$

$\iota\iota\iota)4\alpha^2+\beta^2+4\alpha\beta\geq 8\alpha\beta$

$iv)2\alpha^2+5\beta^2+6\alpha\beta+2\alpha+2\beta+3>0$

$v)(a^2+\beta^2)^4\geq 16\alpha^2\beta^2$

14. Να αποδείξετε ότι :

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$a)2\left(a^2+\beta^2\right)\geq\left(\alpha-\beta\right)^2$ β)$\left(\alpha-\beta\right)^2\geq 4\alpha\beta-8\beta^2$

$\gamma)\left(x+a\right)^2+\left(y+\beta\right)^2\geq 4\left(\alpha x+\beta y\right)$

15.α)Αν οι αριθμοί α , β είναι ομόσημοι , να αποδείξετε ότι :

$a<\beta\Leftrightarrow\frac{1}{\alpha}>\frac{1}{\beta}$

Β)Για κάθε $a,\beta\in\mathbb{R}$ ισχύει $a^2+\beta^2\geq 2\alpha\beta$

Γ)i)Αν α>0 , τότε ισχύει $a+\frac{1}{a}\geq 2$

ii)Αν α<0 , τότε ισχύει $a+\frac{1}{a}\leq -2$

16. Αν $a<\beta$ και γ<δ να αποδείξετε ότι :

$\alpha)2a+3\gamma<2\beta+3\delta$ β)2δ-3α>2γ-3β

17. Αν $a<\beta<\gamma$,να βρείτε τα πρόσημα των παρακάτω παραστάσεων :

$a)\left(a-\beta\right)\left(\beta-\gamma\right)$

$\beta)\left(\beta-\gamma\right)\left(\alpha-\gamma\right)\left(\beta-\alpha\right)$

$\gamma)\left(\alpha^2+1\right)\left(\alpha-\beta\right)$

18. Αν $a<1<\beta$ να βρείτε τα πρόσημα των παρακάτω παραστάσεων :

$A=\left(a-\beta\right)\left(\alpha-1\right)$

$B=\left(\alpha-1\right)\left(1-\beta\right)\left(\beta-\alpha\right)$

$\Gamma=\left(\alpha^2+1\right)\left(\beta-1\right)$

19. Αν $a>3$ και β>4 να αποδείξετε ότι :

$a)a\beta>12$ β)$\left(3-\alpha\right)\left(4-\beta\right)>0$

$\gamma)\left(\alpha+1\right)\left(\beta+1\right)>20$ δ)4α+3β<αβ+12

20.Αν $2<a<4$ και 1<β<3 να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών παίρνουν οι παραστάσεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$a)\alpha+\beta$ β)-β γ)α-β
δ)2α ε)-3β στ)2α-3β
ζ)αβ η)$\frac{\alpha}{\beta}$ θ)$\frac{2\alpha+\beta}{\alpha-\beta+2}$

21. Αν ισχύουν $1\le a\le 3$ και $-4\le\beta\le -2$, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι τιμές των παραστάσεων :

$a)2a+3\beta$ β)α-β γ)$\alpha^2+\beta^2$ δ)$\frac{\alpha}{\beta}$

22. Αν 6<x<8 και 2<y<3 , να αποδείξετε ότι

$i)8<x+y<11$ ii) 3<x-y<6 iii) 18<2x+3y<25 iv) $1<\frac{x-2}{y+1}<2$

23. Να δείξετε ότι :

$a)2\left(x^2+y^2\right)\ge\left(x+y\right)^2$ β)αν $\alpha^2+\beta^2=2$ τότε $\alpha+\beta\le 2$ (α,β θετικοί)

24. Αν $a\ne 0$ να αποδείξετε ότι :

$i)a^2+\frac{1}{a^2}\ge 2$ ii)$\frac{1}{a^4}+1\ge\frac{2}{a^2}$

25.Αν $a+\beta>2$, να αποδείξετε ότι : $a^2+\beta^2+\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}>4$

26. Αν α<β<γ και γ<α+β , β<α+γ να δείξετε ότι α,β,γ θετικοί.

27.Αν α,β πραγματικοί αριθμοί να αποδείξετε ότι:

$i)a^2+a\beta+\beta^2\ge 0$ ii)$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\ge\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma$

28. Να αποδείξετε ότι :

i)αν x>4 , τότε 5(x-1)>15

ii)αν α>3 και β>1 , τότε αβ+3>α+3β

iii)αν $\kappa\ge 4$ και $\lambda\le 3$ τότε $\kappa\left(\lambda-3\right)\le 4\lambda-12$

29.Να αποδείξετε ότι : $i)a^2-4a+5>0$ ii)$2\alpha^2-10\alpha+25>0$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

30.Α)Αν $\alpha^2+\beta^2=0$ δείξτε ότι: α=β=0

Β)Αν $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=0$ να βρείτε τα x,y,z.

31.Αν $\alpha+\beta=4$ να δειχθεί ότι : $\alpha\cdot\beta\le 4$ και $\alpha^2+\beta^2\ge 8$

32.Αν α>-2 να δείξετε ότι: 4+2α>2+α

33. Αν x,y είναι ομόσημοι με x<y , να αποδείξετε ότι : $x-y<\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$

34. Αν είναι x>2 να αποδείξετε ότι: $x^2+\frac{3}{x}>2x+\frac{3}{x}$

35. Αν είναι α>β>1 να αποδείξετε ότι : $a^3-\beta^3>3(\alpha-\beta)$

36. Αν α,β,γ θετικοί αριθμοί , τότε να δείξετε ότι :
$a^3+\beta^3+\gamma^3\ge 3\alpha\beta\gamma$

37. Αν α,β είναι ετερόσημοι τότε να δείξετε ότι: $\frac{a}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}\le -2$

38. Δείξτε ότι : $x^2+y^2\ge 12x+4y-40$

39.Δείξτε ότι : $\frac{a^2}{4+a^4}\le\frac{1}{4}$

40. Αν α>0 τότε : $\frac{2a}{a^2+1}\le 1$

41. Αν ισχύει : $x<y<z$, να αποδείξετε ότι :

i)$x<\frac{3x+4y}{7}<y$ ii)$x<\frac{x+y+z}{3}<z$

42. Αν α>β>0 να συγκρίνετε τους αριθμούς

$A=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2-\beta^2}$ και $B=\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}$

43.Αν α,β,γ είναι θετικοί πραγματικοί , να δείξετε ότι:

$(\alpha+\beta+\gamma)\cdot\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)\ge 9$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

44.Α.Αν α,β ομόσημοι να αποδείξετε ότι : $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}\geq 2$

Β. Αν α,β,γ ομόσημοι , να αποδείξετε ότι : ω
$\alpha\beta(\alpha+\beta)+\beta\gamma(\beta+\gamma)+\gamma\alpha(\gamma+\alpha)\geq 6\alpha\beta\gamma$

45.Να αποδείξετε ότι $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2\geq 0$

46.Δείξτε ότι : $a^2-a\beta+\beta^2\geq\frac{(\alpha+\beta)^2}{4}$

47.Αν α>0 να συγκρίνετε τους αριθμούς :

$i)a^2\beta-\alpha^3$, $\alpha\beta^2+3\alpha^2\beta$ ii)$(a+1)^3$, $1+3\alpha+3\alpha^2$

48.Να λυθεί η εξίσωση :

$i)(2x-4)^2+(y+1)^2=0$ ii)$(x-y-2)^2+(x+y+2)^2=0$
$iii)(2x-y)^2+(y-2)^2=0$ iv)$(x^2-4)^2+(x^2+2x)^2=0$

49.Να βρείτε τις τιμές των x,y για τις οποίες ισχύει :

$5x^2+4x+y^2-2xy+1=0$

50. Να λυθεί η εξίσωση:

$i)x^2+y^2-6x+4y+13=0$ ii)$2x^2+2y^2-5xy=0$

51. Να βρείτε τους αριθμούς x,y για τους οποίους ισχύει:

$i)x^2+y^2-2(x-y)+2=0$ ii)$x^2+y^2+13=2(3y-2x)$
$iii)x^2+y^2=4(y-1)$ iv)$(x+5)^2+(y-2)^2=4(x+y+1)$

52. Να βρείτε τις τιμές των $x,y\in\mathbb{R}$ ισχύει:

$i)(x-2)^2+(y-1)^2>0$ ii)$(-x-1)^2+(1-y)^2\leq 0$

53. Αν $2x^2+y^2+4-2xy-4x\leq 0$ να αποδείξετε ότι x=y=2

54. Να συγκρίνετε τους παρακάτω αριθμούς :

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$a)A=x^2-xy$, B=xy-y^2

$\beta)$A$=a^3-\beta^3$, B=$\alpha\beta^2-\alpha^2\beta$ με α<β

γ)A=$(\alpha+\beta)^2$, B=$2(\alpha^2+\beta^2)$

55.Αν α,β,γ είναι θετικοί πραγματικοί , να δείξετε ότι:

$$(\alpha+\beta+\gamma)\cdot\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)\geq 9$$

56. Να αποδείξετε ότι : $a\beta\leq\frac{\alpha^2+\beta^2}{2}\leq\frac{\alpha^3-\beta^3}{\alpha-\beta}$, α≠β

57.Α.Αν α,β ομόσημοι να αποδείξετε ότι : $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}\geq 2$

Β. Αν α,β,γ ομόσημοι , να αποδείξετε ότι :
$\alpha\beta(\alpha+\beta)+\beta\gamma(\beta+\gamma)+\gamma\alpha(\gamma+\alpha)\geq 6\alpha\beta\gamma$

58. α) Αν $x,y>0$ να αποδείξετε ότι : $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2$

β) Αν $a,\beta,\gamma>0$ να αποδείξετε ότι : $\frac{a+\beta}{\gamma}+\frac{\beta+\gamma}{\alpha}+\frac{\gamma+\alpha}{\beta}\geq 6$

59.Αν α,β,γ>0 να δειχτεί ότι : $(\alpha+\beta+\gamma)\cdot\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)\geq 9$

60. Αν α,β,γ>0 να δειχτεί ότι : $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\gamma}+\frac{\gamma}{\alpha}\geq 3$

61. Αν α,β,x,y >0 να δειχτεί ότι $\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{\beta}\right)\left(\frac{\alpha}{x}+\frac{\beta}{y}\right)\geq 4$

62. α)Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α,β,γ να αποδείξετε ότι : $a^2+\beta^2+\gamma^2\geq\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$

Β)Για οποιουσδήποτε πραγματικούς x , y ,z να αποδείξετε ότι :

$x^4+y^4+z^4\geq xyz(x+y+z)$

63.Να βρείτε τις τιμές των x,y για τις οποίες ισχύει :

$5x^2+4x+y^2-2xy+1=0$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

64. Να βρείτε τους x , y για τους οποίους ισχύει :

$a)2x^2+y^2+4=4x+2xy$
$\beta)2x^2+9y^2=-9-6x(1-y)$

65. Να βρείτε τους αριθμούς α , β , γ για τους οποίους ισχύει :

$a)a^2+\beta^2+\gamma^2+6=2(\alpha-\beta+2\gamma)$
$\beta)3\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+4=2\alpha(\beta-\gamma+2)$

66. Να βρείτε τους αριθμούς α , β για τους οποίους ισχύει :

$a)a^2+\beta^2+20\le 4(2\beta-\alpha)$
$\beta)2\alpha^2+\beta^2+9\le 2\alpha(3-\beta)$

67. Να βρείτε τους αριθμούς α και β για τους οποίους ισχύει :

$\alpha)\alpha^2+\beta^2-2(\alpha-\beta)+2=0$
$\beta)\alpha^2+\beta^2+13=2(3\beta-2\alpha)$
$\gamma)\alpha^2+\beta^2=4(\beta-1)$
$\delta)(\alpha+5)^2+(\beta-1)^2=4(\alpha+\beta+1)$

68. Να βρείτε τους αριθμούς α και β για τους οποίους ισχύει :

$\alpha)\alpha^2+\beta^2+20\le 4(2\beta-\alpha)$
$\beta)(\alpha+1)^2+\beta^2\le 4\alpha-3(2\beta+3)$
$\gamma)2\alpha^2+\beta^2+9\le 2\alpha(3-\beta)$

69.α)Αν ισχύει $\alpha^2+2\beta^2+\gamma^2=2\beta(\alpha+\gamma)$ να αποδείξετε ότι α=β=γ

Β)Αν ισχύει $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$ να αποδείξετε ότι α=β=γ.

70. Αν 6<x<8 και 2<y<3 , να αποδείξετε ότι

$i)8<x+y<11$ ii) 3<x-y<6 iii) 18<2x+3y<25 iv) $1<\frac{x-2}{y+1}<2$

71. Αν 1<α<3 και 2<β<7, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών είναι οι παραστάσεις:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ

$i) A = 2a + 5\beta$

$ii) B = -a + 4\beta - 3$

$iii) \frac{A}{B}$

72. Αν $2 < a < 3$ και $1 \le \beta \le 4$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών περιέχονται καθεμιά από τις παρακάτω παραστάσεις:

$a+\beta$, α-β , $\frac{\alpha}{\beta}$, $\alpha^2 - \beta^2$

73.α)Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $A = 2x^2 + y^2 - 2x - 4xy + 7$

Β) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της παράστασης Α και στη συνέχεια να προσδιορίσετε τις τιμές των x και y για τις οποίες συμβαίνει το ελάχιστο.

74. Αν $x^2 + y^2 = 1$ και $\omega^2 + z^2 = 1$ να δείξετε ότι : $x \cdot \omega + y \cdot z \le 1$

75. Να δειχτεί ότι : $i) 2^3 + 3^3 < 5^3$ $ii) 2^{2004} + 3^{2004} < 5^{2004}$

76. α) Να αποδειχτεί ότι $(a+\beta)^2 - (\alpha-\beta)^2 = 4\alpha\beta$ Β)Ένα ορθογώνιο , του οποίου οι διαστάσεις είναι x και y, έχει περίμετρο 20 m.

i)Να εκφραστεί **το** y με την βοήθεια του x.

ii)Να εκφραστεί το εμβαδόν Ε του ορθογωνίου με την βοήθεια του x , χρησιμοποιώντας τη σχέση του ερωτήματος (α)

iii) Να αποδειχτεί ότι το εμβαδόν Ε είναι μικρότερο ή ίσο με $25m^2$

77.Αν α,β θετικοί να αποδείξετε ότι :

$$\frac{2}{\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}} \le \sqrt{\alpha\beta} \le \frac{\alpha+\beta}{2} \le \sqrt{\frac{\alpha^2+\beta^2}{2}}$$

78.Για κάθε x,y θετικούς και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι :

$$\frac{\alpha^2}{x} + \frac{\beta^2}{y} \ge \frac{(a+\beta)^2}{x+y}$$

ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΕΤΡΟΣ